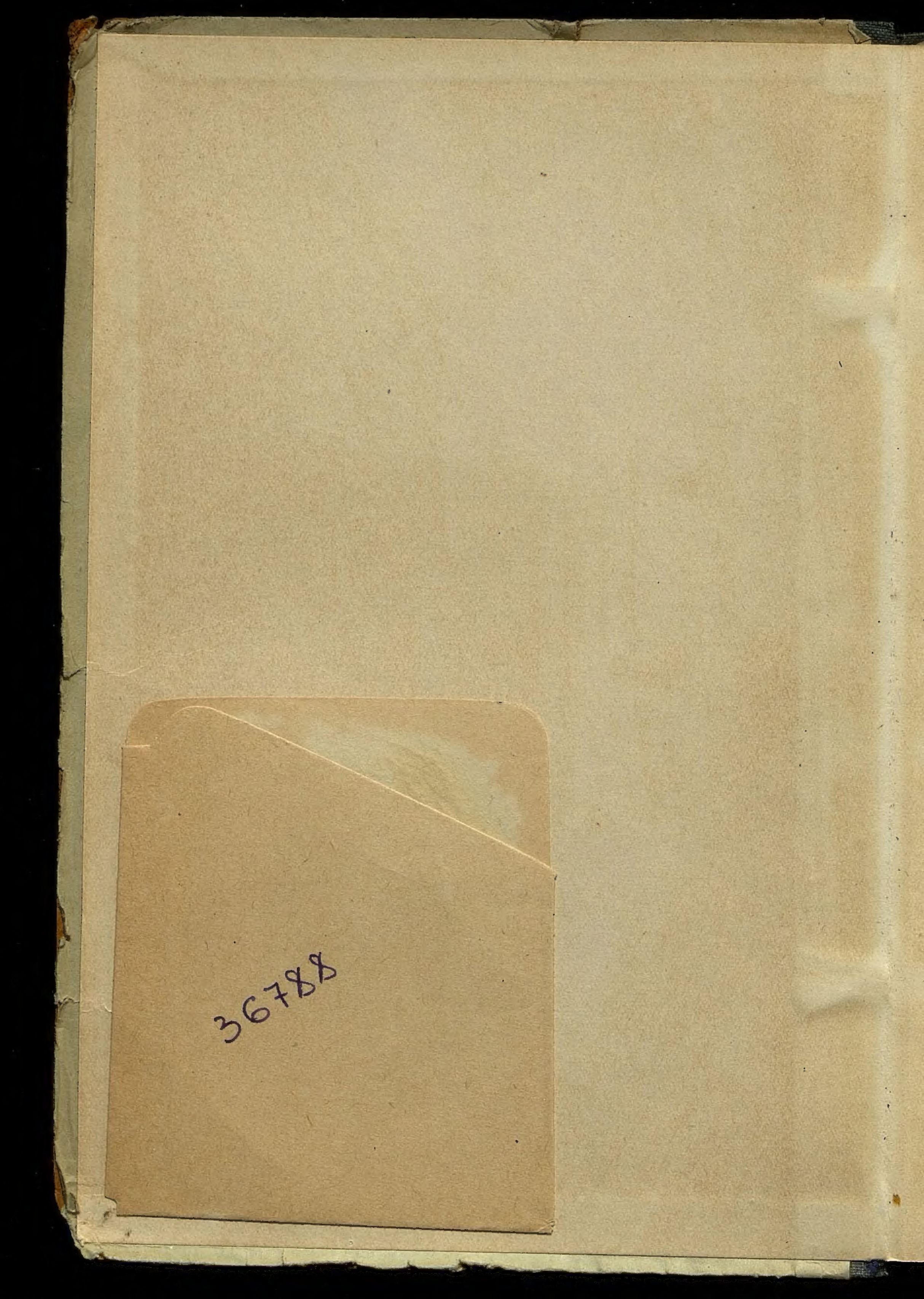
Г. Н. Абрамович

ГАЗОВАЯ ДИНАМИКА ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

ИЗДАТЕЛЬСТВО БЮРО НОВОЙ ТЕХНИКИ
1947


36788

Г. Н. АБРАМОВИЧ

ГАЗОВАЯ ДИНАМИКА ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ



ИЗДАТЕЛЬСТВО БЮРО НОВОЙ ТЕХНИКИ
МИНИСТЕРСТВА АВИАЦИОННОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ СССР
1947

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга представляет собой несколько расширенное изложение курса лекций по газовой динамике воздушно-реактивных двигателей, читанного автором в Московском авиационном институте им. С. Орджоникидзе в 1946 г.

В книге излагается теория диффузора, реактивного сопла и камеры сгорания. Теория компрессоров и турбин дается лишь в той мере, в какой это необходимо для понимания основных особенностей воздушно-реактивных двигателей в целом. Автор счел возможным отказаться от детального рассмотрения теории компрессоров и турбин в связи с тем, что по этим вопросам имеется специальная литература.

Для пользования книгой необходима подготовка по термодинамике и гидравлике в объеме программ втуза.

Книга является пособием к изучению рабочего процесса, а не руководством по проектированию двигателей. Поэтому во всех расчетах ради простоты и наглядности принята постоянной теплоемкость газа и использовано уравнение состояния в форме Клапейрона. Применительно к воздушно-реактивным двигателям (ВРД) это не дает значительных ошибок.

ОПЕЧАТКИ

Страница	Строка	Напечатано	Должно быть
24	5 снизу	1000 *см/сек*	1000 *м/сек*
42	3 формула снизу	$L =$	$-L =$
149	2 снизу	нежели при максимальном значении	нежели максимальное значение
173	1 формула сверху	$\cong 17P_{ст}$	$\cong 1{,}7P_{ст}$
201	Фиг. 98	$\frac{h_0}{R_0}$	$\frac{ah_0}{R_0}$
"	Фиг. 99	$\frac{mS_0}{R_0}$	$\frac{aS_0}{R_0}$
211	Формула (247)	$\frac{\varkappa}{\varkappa_0} =$	$\frac{\varkappa}{\varkappa_m} =$

ПРЕДИСЛОВИЕ

Книга представляет собой несколько расширенное изложение курса лекций по газовой динамике воздушно-реактивных двигателей, читанного автором в Московском авиационном институте им. С. Орджоникидзе в 1946 г.

В книге излагается теория диффузора, реактивного сопла и камеры сгорания. Теория компрессоров и турбин дается лишь в той мере, в какой это необходимо для понимания основных особенностей воздушно-реактивных двигателей в целом. Автор счел возможным отказаться от детального рассмотрения теории компрессоров и турбин в связи с тем, что по этим вопросам имеется специальная литература.

Для пользования книгой необходима подготовка по термодинамике и гидравлике в объеме программ втуза.

Книга является пособием к изучению рабочего процесса, а не руководством по проектированию двигателей. Поэтому во всех расчетах ради простоты и наглядности принята постоянной теплоемкость газа и использовано уравнение состояния в форме Клапейрона. Применительно к воздушно-реактивным двигателям (ВРД) это не дает значительных ошибок.

В теории ВРД автор отдает предпочтение методам газовой динамики в сравнении с традиционными методами технической термодинамики. В связи с этим в книге излагаются основные уравнения газовой динамики и теория ударных волн.

Отсутствие каких либо учебников по реактивным двигателям явилось причиной помещения в книгу введения, в котором кратко рассматриваются обстоятельства появления реактивных двигателей и дается их классификация. Сравнительно элементарный характер введения вызван тем, что оно преследует общеобразовательные цели.

Автор будет благодарен читателям, которые сообщат ему свои замечания о книге, представляющей, насколько известно автору, первую попытку систематического изложения газодинамических основ теории воздушно-реактивных двигателей.

Автор выражает свою признательность М. М. Максимову и И. А. Шепелеву за практическую помощь, оказанную ими при подготовке книги к печати.

ВВЕДЕНИЕ

§ 1. Возникновение реактивных двигателей

К началу XX столетия стало ясно, что нужно разрешить две основные проблемы для того, чтобы аппарат тяжелее воздуха смог летать.

Первая проблема—обеспечение устойчивого и управляемого полета.

Вторая проблема—создание очень легкого двигателя, который, будучи помещен на аппарат, давал бы ему возможность перемещаться вверх и по горизонтали.

Применив хвостовое оперение в качестве органа устойчивости и управления и построив легкий мотор внутреннего сгорания (по типу автомобильного), братья Райт впервые в 1903 г. поднялись на самолете. Первые аппараты еле держались в воздухе, им только была обеспечена устойчивость. Представление же о рациональных аэродинамических формах было в ту пору совсем примитивным.

Но впоследствии, особенно за последние два десятилетия, развитие аэродинамики самолета пошло гигантскими шагами. Если сравнить, например, самолеты 1930 и 1940 гг., то окажется, что аэродинамическое сопротивление уменьшилось за эти 10 лет почти в 8 раз.

Изумительное развитие авиационного мотора легко иллюстрировать: современные моторы в сотни раз мощнее первого двигателя бр. Райт, имеют исключительно высокие технологические качества, обладают высотностью до 10 *км* и могут работать непрерывно в течение нескольких сотен часов. Недаром авиационный мотор называют чудом современной техники. Но в одном отношении развитие авиационного мотора происходит очень медленно. Речь идет об удельном весе (весе мотора, приходящемся на единицу мощности). Во времена бр. Райт удельный вес мотора был около 3900 *г* на 1 *л. с.*, затем в течение 10—15 лет он снизился примерно до 500 *г* на 1 *л. с.*, но впоследствии изменялся очень слабо.

В настоящее время увеличение мощности авиамотора сопровождается почти пропорциональным возрастанием его веса, что

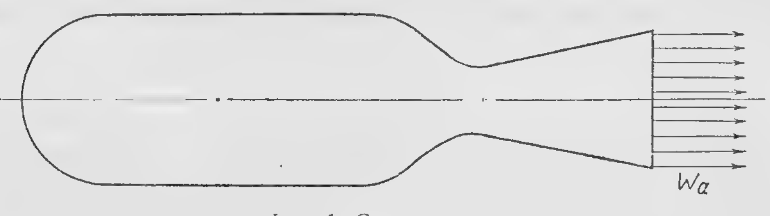
неизбежно влечет за собой увеличение веса и размеров самолета, в результате чего увеличивается и воздушное сопротивление.

Например, истребитель 1935 г., который был с аэродинамической точки зрения удовлетворительным, имел при мощности мотора в 750 *л. с.* скорость около 450 *км/час* и вес около 1,5 *т*, а истребитель 1945 г., несмотря на аэродинамические улучшения, при мощности мотора в 1500 *л. с.* имел скорость 600—650 *км/час* и вес порядка 3 *т*. Таким образом, повышение скорости полета на 150—200 *км/час* было достигнуто за счет удвоения веса самолета.

Важнейшим летным качеством самолета является максимальная скорость полета. Развитие поршневого авиамотора не обеспечивало дальнейшего существенного повышения скорости полета, поэтому необходимо было искать принципиально новые схемы авиационного двигателя. Современный авиационный двигатель должен иметь большую мощность в одном агрегате при малом удельном весе. Само появление самолета обязано тому, что был создан исключительно легкий поршневой мотор; следующий скачок—значительное увеличение скорости полета—требовал нового двигателя, еще более легкого. Необходимо было осуществить очередной технический переворот в двигателестроении.

В технике давно известно, что существенное снижение веса получается при замене машин с возвратно-поступательным движением машинами непрерывного вращения. Например, переход от поршневого компрессора к турбокомпрессору значительно уменьшает вес конструкции. Иначе говоря, естественно было ожидать, что поршневой авиационный мотор будет вытеснен газовой турбиной.

С другой стороны, возможен переход к аппаратам чисто ракетного типа. Такой аппарат перемещается за счет реакции струи газов, которые образуются в процессе горения того или иного вещества в камере сгорания ракетного двигателя и вытекают через реактивное сопло (фиг. 1). И, наконец, мыслимы комбинированные схемы. Например, можно представить себе полет с помощью двигателя, содержащего газовую турбину, но не в качестве привода к воздушному винту, а для вращения компрессора, который обеспечивает истечение из двигателя газов с большой скоростью.



Фиг. 1. Схема ракеты

Ракеты известны очень давно. Китайцы и арабы применяли пороховые ракеты для военных целей еще в XIII веке. В XVIII веке пороховые ракеты широко использовались в Индии, откуда полковник Конгрев позаимствовал их для английской армии. В 1807 г., выпустив с кораблей несколько тысяч ракет, англичане, под руководством Конгрева, подожгли Копенгаген.

Таким образом, в качестве средства войны ракета известна давно. Однако как двигатель для летательного аппарата ракета впервые была предложена в России известным народовольцем Кибальчичем.

Находясь в камере смертника (за казнь царя Александра II; 1881 г.), Кибальчич заканчивал описание изобретенного им самолета, который приводился в движение ракетой. В качестве рабочего тела для этой ракеты он предложил прессованый порох. Для зажигания пороха внутрь ракеты помещалась специальная свеча. За счет реакции струи пороховых газов, выбрасываемых из ракеты, образуется реактивная сила, которая по идее Кибальчича должна поднять в воздух летательный аппарат и двигать его. Направление полета автор регулировал поворотом оси пороховой ракеты.

Изобретение Кибальчича осталось неопубликованным и было обнаружено только в 1918 г. при разборке архивных материалов. Лет через двадцать после Кибальчича эта идея была вновь предложена Циолковским, а затем более детально разработана им же и рядом его последователей и учеников. Но к тому времени автомобильный двигатель (в несколько модифицированном виде) был с успехом уже применен для самолета, ракету же рассматривали главным образом как средство для межпланетных путешествий.

Почему же ракету не считали авиационным двигателем на заре авиационной техники, а в наши дни этот вопрос поставлен снова?

На этот вопрос можно ответить на основании следующих соображений. Реактивная сила, развиваемая ракетой, как известно, по закону количества движения направлена в сторону, противоположную направлению газовой струи, и равна произведению секундной массы газов на скорость истечения[1]:

$$P = mW_a.$$

Поскольку процесс, происходящий в ракете, не связан с тем, летит ли она или находится в состоянии покоя, реактивная сила не зависит от скорости полета. Если можно так выразиться, ракета „вырабатывает“ силу, а не мощность. Мощность, развиваемая ракетой при ее движении, пропорциональна произведению силы на скорость полета $\left(N = \frac{PW_п}{75}\ л.\ с.\right)$.

[1] Рассматривается простейший случай, когда давление на срезе ракетного сопла равно атмосферному.

Итак, мощность одной и той же ракеты изменяется со скоростью полета, возрастая пропорционально последней. Поршневой авиационный мотор, как известно, „вырабатывает" не силу, а момент, который передается на вал винта. Величина момента почти не зависит от того, стоит ли мотор на земле или перемещается в воздухе. И поскольку мощность пропорциональна произведению момента на угловую скорость $\left(N = \frac{M\omega}{75}\ л.\ с.\right)$, то с изменением скорости полета мощность поршневого мотора не меняется. Поэтому, в то время как у ракеты сила тяги не зависит от скорости полета, у авиационного винта, работающего от поршневого мотора, она примерно обратно пропорциональна скорости полета.

Тот же результат можно формулировать несколько иначе: мощность поршневого мотора не зависит от скорости полета, а у ракеты она со скоростью растет; одна и та же ракета, будучи на старте даже менее мощным средством, чем авиационный мотор, при большой скорости полета может развивать гораздо большую мощность. Известно, например, что воздушно-реактивный двигатель (ВРД) с обычным поршневым мотором, но только работающим не на винт, а на компрессор, при одной и той же мощности мотора дает на старте примерно такую же тягу, как и винт, а при полете со скоростью 800 *км/час* развивает тягу, в пять раз большую, чем винт.

Существуют реактивные (ракетные) двигатели и такого типа, у которых с увеличением скорости полета тяга даже возрастает.

Итак, преимущества реактивных двигателей проявляются при большой скорости полета.

Вот почему теперь, когда скорость полета стала очень большой и когда ставится вопрос о повышении ее за скорость звука, стали широко разрабатываться и применяться реактивные двигатели.

Законы действия реактивных двигателей мы будем изучать дальше детально.

Рассмотрим сначала схематически устройство различных типов реактивных двигателей и их основные особенности.

§ 2. Пороховой ракетный двигатель

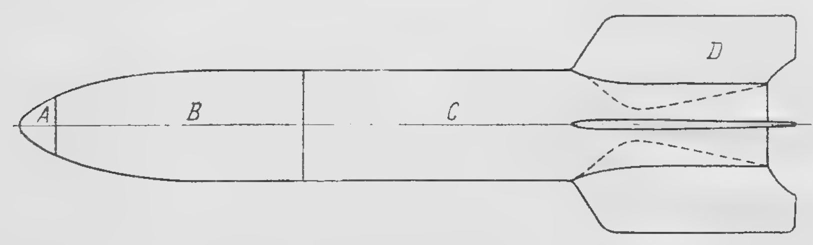
В настоящее время широко применяется как средство вооружения ракетный снаряд с пороховой камерой и соплом, через которое вытекают пороховые газы (фиг. 2).

Двигатель расположен в хвостовой части. Снаряд имеет оперение, обеспечивающее устойчивость полета. В головке снаряда помещается взрывчатое вещество. Отдельно ракетная часть (двигатель) схематически представлена на фиг. 3.

Порох закладывают сюда в виде прессованых полых стержней. Стержни (шашки) делаются полыми для того, чтобы увеличить поверхность горения и обеспечить равномерность выгорания

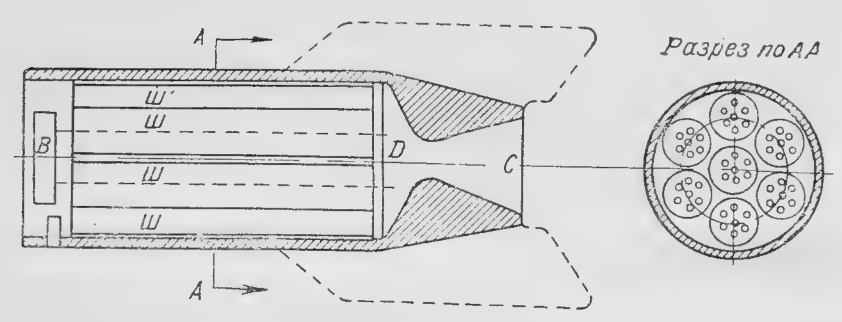
пороха и, соответственно, постоянство давления в камере и неизменность скорости истечения.

Пороховые шашки заправляются в ракетную камеру заранее и при пуске снаряда поджигаются электрической искрой. Все шашки упираются в легкую диафрагму (диск с перфорацией), которая выравнивает газовый поток.



A—взрыватель, *B*—граната с взрывчатым веществом, *C*—пороховая реактивная камера, *D*—стабилизатор

Фиг. 2. Схема ракетного порохового снаряда



П—запальный патрон, *B* — воспламенительный порох, *Ш* — пороховые шашки, *D* — диафрагма, *C*—выходное сопло

Фиг. 3. Схема пороховой камеры ракетного снаряда

В пороховой камере достигается температура порядка 2000° Ц и давление от 100 до нескольких сот атмосфер; скорость истечения из сопла получается порядка 2000 *м/сек.* При сжигании килограмма пороха в секунду развивается реактивная сила около 200 *кг.* Описанная ракетная камера очень напоминает ракету Кибальчича.

Одним из основных недостатков порохового ракетного двигателя является то, что если нужна очень большая реактивная сила или продолжительная работа ракеты, то приходится создавать огромную камеру сгорания, поскольку весь запас пороха должен быть заложен в нее заранее.

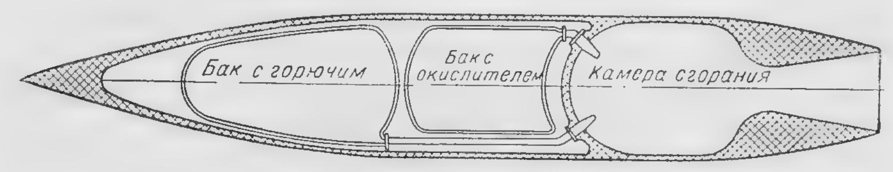
Другой недостаток порохового двигателя заключается в том, что порох горит сравнительно быстро. Современные прессованые пороха, которые рассчитаны на „медленное“ действие, выгорают за время от нескольких десятых долей секунды до нескольких

секунд. Таким образом, срок действия порохового двигателя очень незначителен. Это скорее затяжной выстрел, нежели продолжительный двигательный процесс.

Борясь с этим недостатком, пытаются удлинить время сгорания пороховой шашки, но пока больше, чем до 10 — 15 секунд, увеличить его не удается.

§ 3. Жидкостный ракетный двигатель (ЖРД)

Более совершенным, чем пороховой ракетный двигатель, является жидкостный ракетный двигатель. Его принцип работы тот же, но устройство несколько иное (фиг. 4).



Фиг. 4. Схема ЖРД

В отличие от пороха, который представляет собой механическую смесь веществ, содержащую и горючее и окислитель, в жидкостном двигателе горючее и окислитель подаются раздельно, каждый через особую впрыскивающую систему, и хранятся раздельно в соответствующих баках.

В качестве горючего могут быть применены самые разнообразные вещества (спирт, бензин или другие нефтепродукты и т. д.).

В качестве окислителя можно использовать жидкий кислород или какое-либо другое вещество, содержащее химически связанный кислород, например, азотную кислоту, перекись водорода и т. д.

При одновременном вводе горючего и окислителя в камере сгорания образуется смесь, которая горит при сравнительно высоком давлении, но уже не в несколько сот атмосфер, как в пороховой ракете, а обычно в 10—30 атмосфер.

За счет повышенного давления происходит истечение продуктов сгорания через реактивное сопло и получается реактивная сила. В отличие от пороховой ракеты жидкостный ракетный двигатель (ЖРД) обладает такими же эксплоатационными свойствами, как обычные тепловые машины, т. е. произвольной продолжительностью процесса, возможностью остановки и повторного запуска.

Недостатком ЖРД является то, что он, как и пороховой РД, имеет сравнительно низкий к. п. д.: при сжигании в ЖРД килограмма топливной смеси в секунду получается реактивная сила порядка 150 — 300 *кг*. Поэтому, в то время как обычный самолет получается тяжелым из-за большого веса поршневого мотора,

реактивный самолет с жидкостным ракетным двигателем получается тяжелым из-за большого количества топлива.

В жидкостном ракетном двигателе расходуется за единицу времени примерно в 20—50 раз больше горючего (включая окислитель) на килограмм тяги, чем в поршневом авиационном моторе. Поэтому, например, постройка истребителя с ЖРД, который имел бы продолжительность моторного полета порядка 40 минут, практически невозможна, так как понадобятся огромные баки для горючего и окислителя, и в связи с этим самолет получится столь больших размеров, что не сможет развить значительной скорости.

По указанной причине жидкостный ракетный двигатель будет выгоднее поршневого двигателя только при очень малой продолжительности моторного полета (порядка нескольких минут). Выгода получится за счет того, что вес ЖРД при равной тяге будет в 20—30 раз меньше веса поршневого мотора. Вследствие этого можно получить в очень легком агрегате большую мощность а при малом времени полета запас горючего потребуется небольшой. Существенное уменьшение суммарного веса аппарата приведет к превосходству в скорости полета. Именно этим объясняется, что немецкая бомба V-2 с жидкостным двигателем, работающим на жидком кислороде и спирте, развивала скорость до 1500 *м/сек.* Однако за время полета двигатель немецкой бомбы действовал всего около одной минуты, сжигая за это время 8 *т* горючей смеси. Ракета в моторном полете только набирала нужную скорость, а затем значительное расстояние (до 300 *км*) проходила по инерции.

Итак, в связи с применением ЖРД имеется возможность получить очень большую скорость полета, но лишь в случае аппарата кратковременного действия.

§ 4. Воздушно-реактивные двигатели

Для того, чтобы получить высокоскоростной аппарат со значительным временем моторного полета, как это требуется от современного самолета, приходится обращаться к другим типам ракетных двигателей. Прежде всего экономию в весе можно получить, если не брать бака с запасом окислителя и использовать кислород из атмосферы. Правда, для межпланетного путешествия такое устройство не будет годиться, но для полета в земной атмосфере оно рационально.

Такие ракетные двигатели составляют класс двигателей воздушно-ракетного или воздушно-реактивного типа (ВРД), которые используют кислород воздуха, всасываемого в камеру сгорания.

Здесь достигается экономия в весе по двум причинам: во-первых, на летательном аппарате не транспортируется окислитель, и, во-вторых, требуется относительно меньший запас горючего,

так как процесс горения в ВРД ведется обычно при более низкой температуре.

Кроме того, для воздушно-реактивного двигателя целесообразно устанавливать режим значительно более низкого давления в камере сгорания (от десятых долей атмосферы до нескольких атмосфер), в связи с чем скорость истечения газов в ВРД будет получаться значительно ниже, чем в ЖРД, т. е. в первом будет теряться относительно меньше энергии в виде живой силы отбрасываемой струи. По этим причинам ВРД является двигателем более экономичным и, соответственно, более пригодным для продолжительного полета.

Например, можно осуществить истребитель с турбореактивным двигателем (ТРД)[1], который сможет летать на максимальной скорости около 30 минут, а на меньшей скорости — еще дольше, причем скорость полета будет у него на 250 *км/час* больше, чем у истребителя с винтомоторной группой (ВМГ). Скачок в скорости полета достигается за счет того, что удельный вес у ТРД получается существенно меньше, чем у ВМГ, а экономичность примерно такая же

Работа, затрачиваемая на сжатие килограмма газа или получаемая при его расширении, пропорциональна начальной температуре:

$$L = \frac{k}{k-1} RT_1 \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad [кгм/кг]. \qquad (1)$$

Если сжать газ и затем, подведя тепло, дать ему расшириться до первоначального давления, то работа, получаемая при расширении, будет больше работы, затраченной на сжатие. Этот избыток работы и составляет ту полезную работу, которую дают тепловые двигатели. В воздушно-реактивном двигателе весь избыток работы затрачивается на повышение живой силы струй газов, вытекающих из сопла. Иначе говоря, в ВРД скорость истечения получается всегда больше скорости полета.

Без предварительного сжатия, т. е. при $p_2 = p_1 = \text{const}$, мы не получим никакой полезной работы, как бы сильно газ ни подогревался.

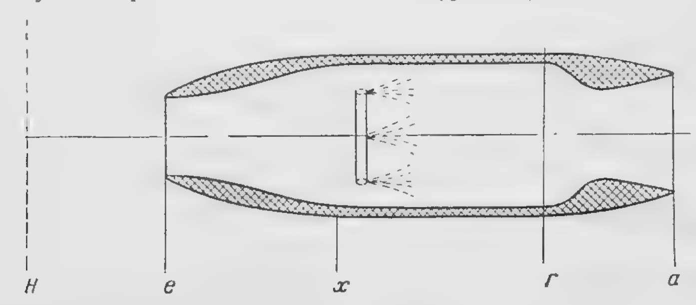
§ 5. Прямоточный ВРД

Расчеты показывают, что для получения существенной реактивной тяги достаточно сравнительно небольшого сжатия воздуха, поступающего в камеру сгорания двигателя; например, степень сжатия порядка $\frac{p_2}{p_1} = 1{,}2 \div 1{,}5$ уже дает желаемый эффект.

---

[1] Двигатель этого типа называют также турбокомпрессорным воздушно-реактивным двигателем (ТК ВРД).

Такое поджатие воздуха можно получить без специальных механических устройств, т. е. только за счет преобразования в давление скоростного напора воздуха, поступающего в двигатель. Таким образом, мы приходим к двигателю простейшей схемы, к „прямоточному" воздушно-реактивному двигателю[1], запатентованному во Франции еще в 1909 г. (фиг. 5).



е—входное сечение, *х*—начальное сечение камеры сгорания, *г*—конечное сечение камеры сгорания, *а*—выходное сечение сопла

Фиг. 5. Схема прямоточного ВРД

Этот двигатель с ростом скорости полета делается более экономичным. При полете со скоростью примерно 2000—3000 *км/час*, т. е. со сверхзвуковой скоростью, он становится экономичнее, чем ВРД других типов. Не имея механических устройств в виде компрессоров, турбин и пр., прямоточный ВРД получается очень легким.

Однако приведенные выше соображения показывают, что использовать такой двигатель можно только на больших скоростях полета.

При малых скоростях полета скоростной напор поступающего в двигатель воздуха будет недостаточен для создания необходимого поджатия перед камерой сгорания, вследствие чего и тяга будет недостаточной. Таким образом, основным недостатком прямоточного ВРД является то, что он не дает тяги на старте и при малой скорости полета. Поэтому для осуществления воздушно-реактивного двигателя, способного развивать тягу на старте, приходится применить дополнительное механическое поджатие.

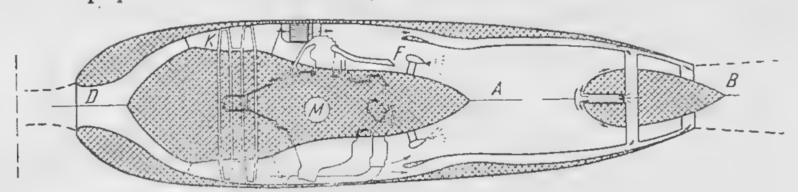
§ 6. Мотореактивный двигатель (МРД)[2]

Воздушно-реактивный двигатель с механическим сжатием (МРД) был осуществлен впервые итальянским инженером Кампини в 1940 г. Предложенный им двигатель состоял из осевого или центробежного нагнетателя, приводимого в движение от обыч-

[1] Двигатель этого типа называют также бескомпрессорным ВРД.
[2] Двигатель этого типа называют также мотокомпрессорным ВРД.

ного поршневого мотора, и камеры сгорания, в которую поступал воздух (фиг. 6).

Самолет с двигателем подобного типа был построен в 1940—1941 гг. фирмой Кампини и прошел летные испытания.



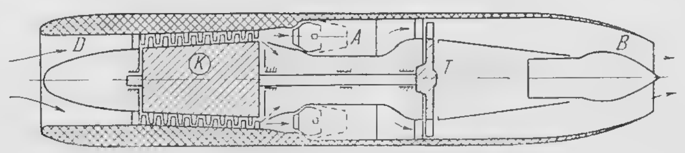
D—диффузор, *K*—компрессор, *M*—поршневой двигатель, *F*—форсунки, *A*—камера сгорания, *B*—выходное сопло

Фиг. 6. Схема МРД

Следует отметить, что тяга МРД типа Кампини при дозвуковых скоростях почти не зависит от скорости полета; на малой скорости и на старте МРД развивает примерно такую же тягу, как и винтомоторная установка с приводящим поршневым двигателем равной мощности. Но уже при скорости порядка 700 ÷ 900 *км/час* МРД оказывается значительно мощнее, нежели винтомоторная установка, так как тяга последней падает с ростом скорости.

§ 7. Турбореактивный двигатель (ТРД)

Следующим типом реактивного двигателя с механическим сжатием является турбореактивный двигатель (ТРД), получивший широкое распространение в реактивной авиации настоящего времени (фиг. 7).



D—диффузор, *K*—компрессор, *T*—газовая турбина, *A*—камера сгорания, *B*—выходное сопло

Фиг. 7. Схема ТРД

Поступающий в двигатель этого типа холодный воздух сжимается в компрессоре, приводимом в движение газовой турбиной. Подогретый в камере сгорания газ вытекает из реактивного сопла, вследствие чего появляется тяга; часть энергии газа тратится на вращение турбины, расположенной перед соплом.

Мощность турбины равна мощности компрессора, но через турбину проходит горячий газ, и поэтому, согласно уравнению (1), в ней будет сработан не весь запас давления, созданный ком-

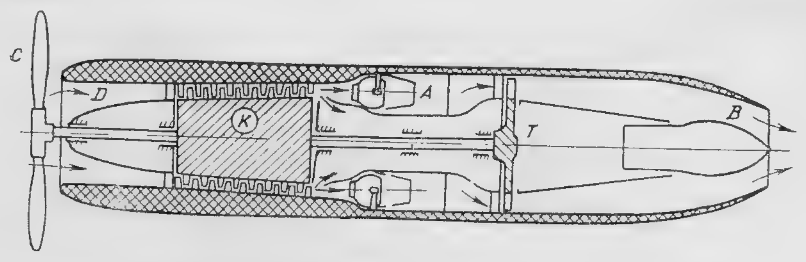
прессором. Таким образом, к соплу поступает газ с требуемым избытком давления. В качестве примера можно привести германские двигатели фирм BMW и Юнкерс; у этих двигателей степень сжатия компрессора $\varepsilon_к \approx 3$, а отношение давления перед турбиной к давлению за турбиной $\varepsilon_т \approx 2$, т. е. степень сжатия в реактивном сопле:

$$\varepsilon_с = \frac{\varepsilon_к}{\varepsilon_т} \approx 1,5.$$

Таким образом, в двигателе данной схемы можно получить реактивную силу на старте и при сколь угодно малой скорости полета за счет повышенного давления и повышенной температуры газов перед реактивным соплом. Малый вес, компактность и удовлетворительная экономичность ТРД сделали этот тип ВРД наиболее широко применяемым.

Свои преимущества ТРД сохраняет на дозвуковой и не очень большой сверхзвуковой скорости. При большой сверхзвуковой скорости полета более целесообразно применять прямоточный ВРД.

Можно представить себе другую схему газотурбинного двигателя, при которой в турбине будет срабатываться весь перепад давления. В таком случае мощность турбины будет больше мощности компрессора, и, следовательно, кроме последнего, на вал турбины можно насадить еще и воздушный винт (фиг. 8). Получится легкий и мощный винтовой турбореактивный двигатель (ТРДВ), который, однако, будет эффективным лишь при умеренных скоростях полета из-за того, что у воздушных винтов наблюдается резкое снижение к. п. д. при скоростях, приближающихся к скорости звука.

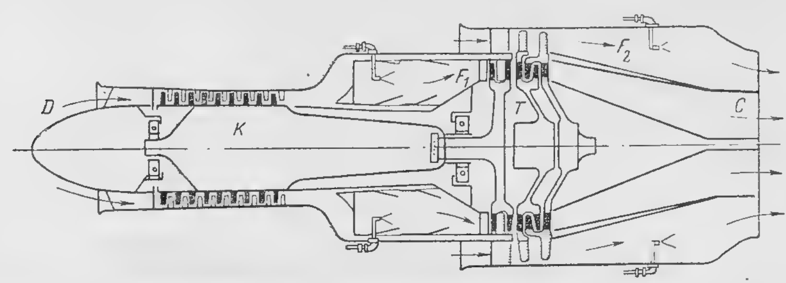


C—воздушный винт, *D*—диффузор, *K*—компрессор, *T*—газовая турбина, *A*—камера сгорания, *B*—выходное сопло

Фиг. 8. Схема ТРДВ

Если избыток мощности турбины передать вместо винта на второй компрессор, который будет нагнетать воздух во вторую камеру сгорания, то получится ТРД со вторым компрессором (ТРДК) (фиг. 9), реактивная тяга которого будет в несколько раз превосходить тягу ТРД равного веса.

С изменением скорости полета тяга ТРД меняется незначительно. Отступления наблюдаются лишь при сверхзвуковой скорости.



D—диффузор, K—компрессор, F_1 и F_2—камеры сгорания, C—выходное сопло

Фиг. 9. Схема ТРДК

Тяга на месте у ТРД получается несколько меньше, чем у винтомоторной группы равного веса, но уже при скорости полета порядка 800—900 *км/час* соотношение резко меняется в пользу ТРД, что объясняется падением тяги ВМГ при увеличении скорости.

§ 8. О весовых данных воздушно-реактивных двигателей

Остановимся кратко на весовых характеристиках различных двигателей. Отношение веса двигателя к тяге: $\gamma_{дв} = \frac{G_{дв}}{P}$ (так называемый удельный вес) у всех компрессорных типов ВРД практически не меняется со скоростью полета (ввиду постоянства тяги).

Удельный же вес винтомоторной группы изменяется примерно пропорционально скорости полета (за счет изменения тяги).

У МРД вес будет больше, чем у винтомоторной группы, так как вместо винта здесь добавляются к мотору такие элементы, как компрессор, камера сгорания и гондола двигателя, а тяга МРД примерно равна тяге на месте ВМГ равной мощности. Поэтому удельный вес ВМГ при работе на месте будет несколько ниже, чем у МРД, но при большой скорости полета соотношение удельных весов меняется на обратное.

Удельный вес у хороших современных ТРД, особенно у ТРДК, меньше, чем у МРД, и даже в условиях старта они в этом отношении не уступают винтомоторной группе.

Удельный вес прямоточного ВРД, применимого только для полета с очень большой скоростью, получается в несколько раз меньше, чем у ТРД.

ГЛАВА I

УРАВНЕНИЯ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ ДЛЯ ЕДИНИЧНОЙ СТРУЙКИ

Основные уравнения газовой динамики мы выведем в применении к элементарной струйке газа, поперечные размеры которой настолько малы, что в каждом ее сечении можно считать постоянными все основные параметры потока: скорость, давление, температуру и плотность газа. Именно в таком виде уравнения газовой динамики применяются обычно в теории реактивных двигателей. В тех случаях, когда в пределах поперечного сечения рабочей струи параметры потока меняются (например, неодинаковы значения скорости или температуры), вводится представление о средних по сечению значениях этих величин, и тогда при помощи соответствующих, в большинстве случаев незначительных, поправок удается использовать все уравнения, полученные для элементарной струйки. Такой метод применяется в обычной гидравлике, поэтому газовая динамика элементарной (единичной) струйки получила название „газовой гидравлики".

§ 1. Уравнение неразрывности

Рассмотрим стационарное (установившееся) движение элементарной струйки газа (фиг. 10). При стационарном движении в любой точке пространства сохраняются неизменными по времени скорость движения и состояние жидкости (плотность, давление, температура). Боковая поверхность струйки, носящая название поверхности тока, является для жидкости (газа) непроницаемой (векторы скорости течения касательны к ней). Ограничим некоторый участок струйки двумя нормальными к поверхности тока сечениями *1* и *2*; заметим, что, в соответствии с указанным на фиг. 10 направлением движения, в объеме *1—2* приток газа осуществляется только через поперечное сечение *1*, а расход газа— только через сечение *2*.

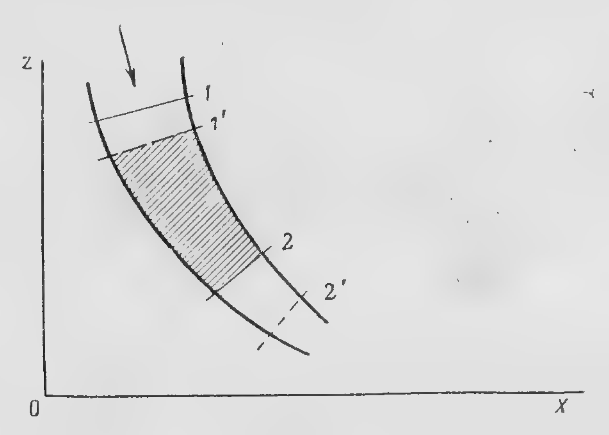
За бесконечно малый промежуток времени $d\tau$ выделенная часть струйки переместится в новое положения $1'—2'$. Перемещение состоит в том, что за время $d\tau$ заштрихованный объем

$1'-2$ вместит газ, вытесненный из области $1-1'$, а известное количество газа за то же время вытечет из этого объема и заполнит область $2-2'$. Приток газа в объеме $1'-2$ составляет

$$dG_1 = \gamma_1 F_1 dl_1 \ [кг],$$

где γ_1 — удельный вес газа в поперечном сечении 1, равный произведению плотности ρ на ускорение силы тяжести g,

F_1 — площадь поперечного сечения 1.



Фиг. 10. Элементарная струйка

Расстояние между сечениями 1 и $1'$ равно произведению скорости движения на элементарный промежуток времени:

$$dl_1 = W_1 d\tau,$$

откуда

$$dG_1 = \gamma_1 W_1 F_1 d\tau.$$

Расход жидкости из объема $1'-2$ равен, очевидно,

$$dG_2 = \gamma_2 W_2 F_2 d\tau.$$

При установившемся режиме и отсутствии разрывов сплошности в движущейся среде приток газа должен равняться расходу:

$$dG_1 = dG_2 = dG.$$

Отсюда после соответствующей подстановки получаем уравнение неразрывности — закон сохранения массы — для единичной струйки сжимаемого газа при установившемся течении:

$$\gamma_1 W_1 F_1 = \gamma_2 W_2 F_2. \qquad (2)$$

Более простая форма уравнения неразрывности, известная из гидравлики несжимаемой жидкости:

$$W_1 F_1 = W_2 F_2, \qquad (2a)$$

применима к газовым течениям только при $\gamma = \text{const}$, т. е. в тех случаях, когда изменениями удельного веса газа можно пренебречь.

На основании уравнения неразрывности (2а) по расположению линий тока в несжимаемой среде можно судить о скорости движения. В местах сгущения линий тока скорость растет; если линии тока раздвигаются, то скорость падает. При движении газа не всегда можно непосредственно по картине линий тока определить изменение скорости, так как изменения плотности (удельного веса) газа могут быть значительными.

В газе, как нетрудно видеть из уравнения неразрывности, картина линий тока однозначно определит изменение плотности тока:

$$j = \gamma W = \frac{G}{F},$$

представляющей произведение удельного веса газа на скорость, т. е. весовой расход газа через единицу площади поперечного сечения. В местах сгущения линий тока плотность тока увеличивается, а в местах расхождения линий тока убывает.

§ 2. Уравнение энергии в потоке

Следуя первому началу термодинамики, составим баланс энергии для единичной струйки газа в неподвижной системе координат (фиг. 10), т. е. рассмотрим преобразование энергии в одной и той же массе газа, заполнявшей вначале объем $1-2$, а через бесконечно малый промежуток времени $d\tau$ переместившейся в положение $1'-2'$. Прирост любого вида энергии будет равен разности запасов этого вида энергии в положениях $1'-2'$ и $1-2$. Ввиду того, что заштрихованный объем $1'-2$ является общим для этих двух положений, энергия массы газа, заполняющей объем $1'-2$, при вычитании сократится, и прирост энергии будет равен разности запасов энергии в бесконечно малых объемах $2-2'$ и $1-1'$.

Итак, прирост кинетической энергии

$$dE_к = \frac{dG}{g} \cdot \frac{W_2^2 - W_1^2}{2};$$

здесь $\frac{dG}{g}$ — массовый расход газа через поперечное сечение струйки за время $d\tau$.

Прирост потенциальной энергии (энергии положения)

$$dE_{\text{п}} = dG(z_2 - z_1),$$

где z_2 и z_1 — высоты расположения (нивеллирные уровни) сечений *2* и *1*.

Прирост внутренней (тепловой) энергии

$$dE_{\text{т}} = \frac{dG}{A}(u_2 - u_1),$$

где $A = \frac{1}{427}$ — тепловой эквивалент механической работы,

$u = c_v T$ — тепловая энергия единицы веса газа (произведение теплоемкости при постоянном объеме на абсолютную температуру).

Если теплоемкость газа в сечениях *1* и *2* одинакова, то прирост внутренней энергии равен:

$$dE_{\text{т}} = \frac{c_v dG}{A}(T_2 - T_1).$$

На поверхность выделенной части струйки газа действуют направленные внутрь и по нормали к ней внешние силы давления p. При перемещении газа внешние силы давления производят работу. Например, перенос газа из сечения *1* в сечение *1'* происходит как бы под действием поршня площадью F_1 с давлением p_1. Работа поршня за время $d\tau$ будет равна

$$p_1 F_1 W_1 d\tau = \frac{p_1}{\gamma_1} dG.$$

Точно так же можно представить себе, что давление p_2 на сечение *2* осуществляется поршнем площадью F_2. За время $d\tau$ газ переместит поршень в положение *2'*, произведя работу

$$p_2 F_2 W_2 d\tau = \frac{p_2}{\gamma_2} dG.$$

Энергия, внесенная силами давления, равна разности между работами поршня *1* и поршня *2*:

$$dE_{\text{д}} = dG\left(\frac{p_1}{\gamma_1} - \frac{p_2}{\gamma_2}\right).$$

Здесь нужно заметить, что силы давления, действующие на боковую поверхность струйки (поверхность тока), никакой работы не производят, так как они нормальны к траекториям движения частиц газа. К газовой струйке на участке *1—2* может быть за время $d\tau$ подведено тепло в количестве dQ, в ме-

ханических единицах равное $\frac{dQ}{A}$. Далее, газовая струйка за время $d\tau$ может произвести техническую работу dL, например, участвуя в приведении во вращение колеса турбины, установленного между сечениями *1* и *2*.

Наконец, следует учесть работу, расходуемую газом за время $d\tau$ на преодоление сил трения: $dL_{тр}$.

Согласно первому началу термодинамики (закону сохранения энергии), сумма подведенных к газу тепловой энергии и работы сил давления должна быть израсходована на покрытие работ технической и трения и повышение запасов потенциальной, внутренней и кинетической энергии:

$$\frac{dQ}{A} + \left(\frac{p_1}{\gamma_1} - \frac{p_2}{\gamma_2}\right) dG = dL + dL_{тр} + (z_2 - z_1)\, dG +$$

$$+ \frac{u_2 - u_1}{A}\, dG + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g}\, dG. \qquad (3)$$

Разделив все члены полученного выражения на величину dG, приходим к уравнению энергии для единицы веса (1 *кг*) газа:

$$\frac{Q}{A} + \frac{p_1}{\gamma_1} - \frac{p_2}{\gamma_2} = L + L_{тр} + z_2 - z_1 +$$

$$+ \frac{u_2 - u_1}{A} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g}. \qquad (3a)$$

Здесь:

$Q = \frac{dQ}{dG}$ — тепло, подводимое к 1 *кг* газа на участке *1—2*,

$L = \frac{dL}{dG}$ — техническая работа, совершаемая 1 *кг* газа на том же участке,

$L_{тр} = \frac{dL_{тр}}{dG}$ — работа сил трения, приходящаяся на 1 *кг* газа.

§ 3. Уравнение теплосодержания

Приток тепла в общем случае осуществляется двумя способами:

1) извне ($Q_{нар}$), за счет теплообмена через боковую поверхность струйки,

2) изнутри ($Q_{вн}$), за счет преобразования в тепло работы трения.

Таким образом:

$$Q = Q_{нар} + Q_{вн}. \qquad (3b)$$

Вторая часть теплового потока, очевидно, в точности равна тепловому эквиваленту работы трения:

$$\frac{Q_{\text{вн}}}{A} = L_{\text{тр}}. \tag{3c}$$

Из термодинамики известно уравнение состояния газа Клапейрона:

$$pv = RT, \tag{4}$$

где R — газовая постоянная, а удельный объем газа v есть величина, обратная удельному весу:

$$v = \frac{1}{\gamma}. \tag{4a}$$

Отсюда

$$\frac{p}{\gamma} = RT. \tag{4b}$$

Кроме того, известен закон Майера, связывающий теплоемкость при постоянном объеме (c_v) и теплоемкость при постоянном давлении (c_p):

$$c_p = c_v + AR. \tag{5}$$

Введем в рассмотрение теплосодержание (или энтальпию) газа, т. е. произведение теплоемкости при постоянном давлении на абсолютную температуру:

$$i = c_p T.$$

Тогда соотношение (5) примет несколько иной вид:

$$i = u + ART, \tag{5a}$$

или на основании (4b):

$$i = u + A\frac{p}{\gamma}. \tag{5b}$$

Используя выражения (3b), (3c) и (5b), можно придать уравнению энергии следующую форму:

$$\frac{Q_{\text{нар}}}{A} - L = z_2 - z_1 + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} + \frac{i_2 - i_1}{A}. \tag{6}$$

Это есть общая форма уравнения теплосодержания для газа. Обычно в технике приходится иметь дело с частными формами уравнения теплосодержания. Так, в большинстве случаев, ввиду того, что газ является средой малого удельного веса, изменение потенциальной энергии пренебрежимо мало в сравнении с другими частями уравнения энергии, и членом $(z_1 - z_2)$ пренебрегают.

Тогда уравнение теплосодержания имеет следующий вид.

$$\frac{Q_{\text{нар}}}{A} - L = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} + \frac{i_2 - i_1}{A}. \qquad (7)$$

Существенно, что уравнение теплосодержания не содержит работы трения. В самом деле, поскольку работа, расходуемая на преодоление трения или любого другого вида сопротивлений, преобразуется полностью в тепло, а последнее остается в газовой струе, наличие сил трения не может нарушить общего баланса энергии, а лишь приводит к преобразованию одного вида энергии в другой. При отсутствии механической работы и теплообмена с окружающей средой, т. е. в случае энергетически изолированного процесса в газе, будем иметь:

$$A\frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} = i_1 - i_2. \qquad (8)$$

В частности, уравнение (8) определяет движение газа по трубе, если нет теплопередачи через стенки. Согласно указанному, это уравнение справедливо вне зависимости от того, действуют или нет силы трения. Иначе говоря, изменение теплосодержания (температуры) в энергетически изолированном процессе связано только с изменением скорости. Если скорость газа не меняется, то будет оставаться постоянной и температура.

Отсутствие влияния сил трения можно объяснить следующим образом. Под действием трения давление вдоль трубы падает, т. е. газ расширяется и, следовательно, температура уменьшается. Однако работа сил трения трансформируется в тепло, в связи с чем газ подогревается. И так как работа сил трения в точности равна механическому эквиваленту тепла, подведенного за счет этой работы, то подогрев компенсирует охлаждение, что и приводит к неизменности температуры.

Вдоль трубы постоянного сечения под влиянием сил трения температура газа даже убывает. Происходит это потому, что падение давления сопровождается уменьшением удельного веса газа, а плотность тока остается неизменной:

$$j = \frac{G}{F} = \gamma W = \text{const}.$$

Поэтому скорость газа возрастает и температура, в соответствии с уравнением (8), понижается. При малой скорости движения температура изменяется только за счет теплообмена или в тех местах, где газ проходит через турбину (расходует энергию, $L_\text{т} > 0$) или через компрессор (получает энергию, $L_\text{к} < 0$).

Если изменением скорости и теплообменом можно пренебречь, то уравнение теплосодержания принимает следующую форму:

$$i_2 - i_1 = -AL. \qquad (9)$$

Иначе говоря, изменение теплосодержания газа при этом эквивалентно механической работе.

В колесе турбины температура газа уменьшается:

$$i_2 = i_1 - A\,L_{т}\,, \qquad (9a)$$

в колесе компрессора температура возрастает:

$$i_2 = i_1 + A\,L_{к}\,. \qquad (9b)$$

Напомним, что здесь имеется в виду работа L, отнесенная к 1 *кг* газа. Таким образом, следуя уравнению теплосодержания, мы получаем простые соотношения для расчета температурных перепадов на турбине и компрессоре при малых изменениях кинетической энергии:

$$\Delta T = \frac{i_2 - i_1}{c_p}\,. \qquad (9c)$$

Здесь c_p — среднее значение теплоемкости при постоянном давлении на данном интервале температур.

Если скорость изменяется существенно, то расчет лишь немного усложнится. Именно, будет:

$$i_2 - i_1 + A\frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} = -A\,L. \qquad (9d)$$

Наконец, при изотермическом процессе ($i_2 = i_1 = \text{const}$) механическая работа расходуется целиком на изменение кинетической энергии:

$$A\,\frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} = -A\,L. \qquad (9e)$$

Режим, близкий к изотермическому, можно получить в многоступенчатом компрессоре с промежуточным (между каждой парой ступеней) охлаждением газа.

Когда механической работы нет, уравнение теплосодержания дает:

$$Q_{нар} = i_2 - i_1 + A\,\frac{W_2^2 - W_1^2}{2g}\;; \qquad (10)$$

в таком виде оно применяется к теплообменным процессам.

Возвратимся теперь к энергетически изолированным течениям газа, когда выполняется условие

$$Q_{нар} - A\,L = 0 \qquad (10a)$$

и уравнение теплосодержания приобретает форму (8). При этом его можно записать следующим образом:

$$i_2 + A\,\frac{W_2^2}{2g} = i_1 + A\,\frac{W_1^2}{2g} = i + A\,\frac{W^2}{2g} = \text{const}. \qquad (11)$$

Отсюда нетрудно видеть, что если газовую струю затормозить полностью, то теплосодержание газа достигнет максимального возможного значения:

$$i_0 = i + A\frac{W^2}{2g}. \qquad (12)$$

Получающееся при этом значение теплосодержания i_0 мы будем называть полным теплосодержанием, а соответствующую абсолютную температуру

$$T_0 = \frac{i_0}{c_p} \qquad (13)$$

— температурой торможения. Итак, температура газа получается равной температуре торможения в том случае, когда скорость течения уменьшается до нуля при отсутствии энергетического обмена с окружающей средой.

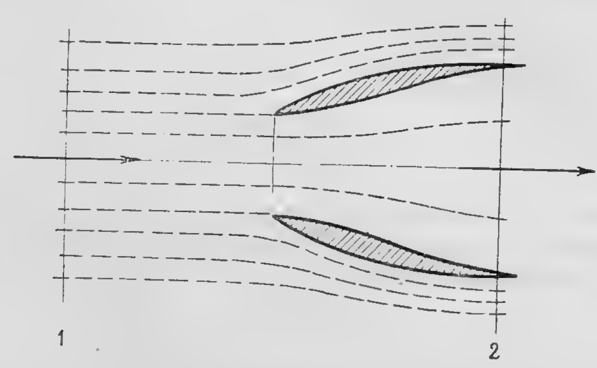
Пользуясь средним значением теплоемкости, можно вычислить температуру торможения по следующей формуле:

$$T_0 = T + A\frac{W^2}{2gc_p}. \qquad (14)$$

Для воздуха ($c_p \cong 0{,}24$) будем иметь приближенно

$$T_0 \cong T + \frac{W^2}{2000}. \qquad (15)$$

Например, в воздушном потоке нормальной температуры ($T_1 \cong \cong 300^\circ$ *абс*) при скорости движения $W_1 = 100$; 350; 1000 *м/сек* будет получаться, соответственно, температура торможения $T_0 \cong 305$; 360; 800° *абс*.



Фиг. 11. Диффузор воздушно-реактивного двигателя

В конце входного диффузора (фиг. 11) воздушно-реактивного двигателя, обычно вне зависимости от скорости полета, устанав-

ливается сравнительно малая скорость потока. По этой причине температура воздуха в диффузоре ВРД получается близкой к температуре торможения.

Пусть скорость воздуха в конце диффузора ВРД будет $W_2=100$ *м/сек*. Тогда температура здесь при различной скорости полета будет получаться из условия:

$$T_2 \approx T_0 - \frac{W_2^2}{2000} \approx T_1 + \frac{W_1^2 - W_2^2}{2000}. \quad (15a)$$

В нашем случае ($W_2=100$ *м/сек*, $T_1=300°$ *абс*)

$$T_2 \approx 295 + \frac{W_1^2}{2000}. \quad (15b)$$

Результаты расчета сведены в следующую таблицу:

W_1	100	350	1000	*м/сек*
T_0	305	360	800	*град. абс*
T_2	300	355	795	*град. абс*

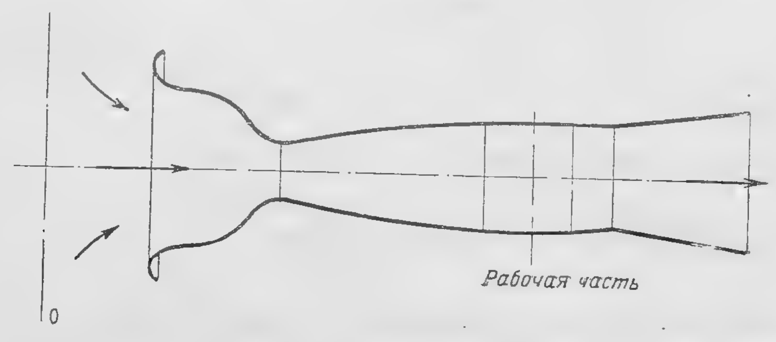
Как видим, разогрев воздуха только за счет торможения при большой скорости потока (полета) получается весьма значительным.

Уравнение теплосодержания объясняет следующий весьма интересный факт. При течении газа возле твердой поверхности без теплообмена температура последней равна температуре торможения в газе. Дело в том, что в связи с вязкостью газа возле твердой стенки всегда образуется тонкий пограничный слой, в котором скорость газа относительно стенки меняется от величины, равной скорости обтекающего потока, до нуля (на стенке). Но раз частицы газа непосредственно возле стенки затормаживаются, то при отсутствии теплообмена температура на стенке должна быть равна температуре торможения. Так, например, в рабочей части аэродинамической трубы сверхзвуковых скоростей (фиг. 12), где скорость очень велика, должна получиться значительно более низкая температура ($T_{р.ч}$), чем в пространстве, из которого покоящийся воздух (T_0) поступает в трубу. Например, при скорости в рабочей части $W_{р.ч}=600$ *м/сек* и температуре в форкамере (температуре торможения) $T_0=300°$ *абс* получается температура в потоке:

$$T_{р.ч} \cong T_0 - \frac{W_{р.ч}^2}{2000} \cong 120° абс = -153° Ц.$$

Несмотря на это, как показывают опыты, температура стенки на всем протяжении аэродинамической трубы, включая рабочую часть, остается постоянной и равной температуре торможения:

$$T_{ст} = T_0 = \text{const}.$$



Фиг. 12. Схема аэродинамической трубы сверхзвуковых скоростей

Температура термометра, помещенного в рабочую часть, также оказывается равной температуре торможения. Это объясняется образованием у стенок трубы и термометра пограничного слоя, в котором обтекающий газовый поток полностью затормаживается. Таким образом, неподвижный термометр не может измерить температуру в потоке газа.

По тем же причинам поверхность тел, движущихся с большой скоростью в воздухе, бывает сильно разогрета. Например, поверхность снаряда, вылетающего из орудия со скоростью $W = 1500$ *м/сек*, за счет образования воздушного пограничного слоя, в котором относительная скорость полностью гасится, должна была бы иметь температуру (T_0) выше, чем в воздухе, на $T_0 - T = \frac{W^3}{2000} = 1125°$ Ц. В действительности температура снаряда будет несколько меньше за счет теплоизлучения в пространство.

По той же причине делается невозможным обледенение поверхности самолета при очень большой скорости полета. Например, при скорости $W = 900$ *км/час* (250 *м/сек*) температура торможения будет на величину $\Delta T = \frac{250^2}{2000} = 31°$ Ц выше, чем в окружающей атмосфере.

Температура поверхности самолета близка к температуре торможения, поэтому в данном примере даже при морозе в 20—25° Ц обледенения не может получиться.

Остановимся еще на одном примере из практики. При обтекании твердого тела в некоторой области вне пограничного слоя

скорость бывает выше, чем в набегающем потоке, и, следовательно, температура в таких местах должна быть ниже, чем в набегающем потоке. Этим объясняется одно явление, иногда наблюдаемое летчиками при пикировании. Оно состоит в том, что в момент пикирования с большой скоростью часть верхней поверхности крыла скрывается от глаз летчика под пеленой молочного цвета. Как только летчик выходит из пикирования, т. е. скорость резко снижается, пелена исчезает. Повидимому, при этом в слоях воздуха, имеющих повышенную скорость и пониженную температуру, происходит конденсация влаги, которая прекращается при выходе на меньшую скорость, т. е. при более высокой температуре.

§ 4. Предельная скорость движения газа. Критерии подобия

Рассматривая истечение газа при отсутствии энергетического обмена, нетрудно убедиться в том, что скорость истечения ни при каких условиях не может быть получена выше некоторой предельной величины. В самом деле, из соотношения

$$i_0 = i + A\frac{W^2}{2g} \qquad (12)$$

следует, что максимальная скорость получится в том случае, когда теплосодержание в потоке будет равно нулю, т. е. когда полное теплосодержание газа целиком преобразуется в кинетическую энергию:

$$A\frac{W_{max}^2}{2g} = i_0. \qquad (16)$$

Отсюда получим формулу для предельного значения скорости в газе:

$$W_{max} = \sqrt{\frac{2g\,i_0}{A}}. \qquad (17)$$

Соответствующая приближенная формула для воздуха, выведенная в предположении постоянства теплоемкости ($c_p \simeq 0{,}24$), имеет следующий вид:

$$W_{max} \simeq 44{,}8\sqrt{T_0}. \qquad (18)$$

Если температура торможения воздуха (температура в сосуде, из которого воздух вытекает) близка к нормальной ($T_0 \approx 300°$ *абс*), то максимальная возможная скорость истечения будет:

$$W_{max} \simeq 776 \text{ м/сек.}$$

Увеличение предельного значения скорости может быть достигнуто только путем повышения температуры торможения (начального теплосодержания).

Для того, чтобы привести газ из состояния покоя в движение со скоростью W, необходимо израсходовать часть его теплосодержания, равную

$$A \frac{W^2}{2g} = i_0 - i.$$

Поделив обе части этого равенства на полное теплосодержание, получим:

$$\frac{i_0 - i}{i_0} = \frac{A W^2}{2 g i_0}.$$

При постоянной теплоемкости это безразмерное выражение примет следующий вид:

$$\frac{T_0 - T}{T_0} = \frac{A W^2}{2 g c_p T_0}.$$

Если теперь умножить и разделить правую часть на газовую постоянную R, учесть соотношение Майера $AR = c_p - c_v$ и обозначить отношение теплоемкостей через $k = \frac{c_p}{c_v}$, то получится:

$$\frac{T_0 - T}{T_0} = \frac{W^2}{\sqrt{k g R T_0}} \frac{k - 1}{2}.$$

Но, как известно из физики, скорость звука в газе равна

$$a = \sqrt{k g R T} = \sqrt{\frac{k p}{\rho}} = \sqrt{\frac{d p}{d \rho}}. \qquad (19)$$

Поэтому степень использования теплосодержания газа при получении заданного значения скорости потока определяется отношением скорости потока к скорости звука в неподвижном газе:

$$\frac{T_0 - T}{T_0} = \frac{W^3}{a_0^2} \frac{k - 1}{2}.$$

Отсюда выводится новое выражение для предельной скорости истечения ($T=0$):

$$W_{max} = a_0 \sqrt{\frac{2}{k - 1}}. \qquad (20)$$

Для воздуха ($k = 1{,}4$) получаем:

$$W_{max} \approx 2{,}23\, a_0,$$

т. е. предельная скорость истечения воздуха не может превосходить скорость звука в неподвижном воздухе более, чем в 2,23 раза. Для обычных продуктов сгорания жидкостного реактивного двигателя ($k = 1{,}2$) предельная скорость будет несколько выше:

$$W_{max} \approx 3{,}16\, a_0.$$

Можно тепловой перепад разделить не на полное теплосодержание, а на теплосодержание в потоке, тогда получим:

$$\frac{T_0 - T}{T} = \frac{W^2}{\sqrt{kgRT}} \frac{k-1}{2}.$$

В этом случае скорость потока оказывается отнесенной к скорости звука в потоке, а не в неподвижном газе:

$$\frac{T_0 - T}{T} = \frac{W^2}{a^2} \frac{k-1}{2}.$$

Отношение скорости потока к скорости звука в потоке получило название числа Маха[1]:

$$M = \frac{W}{a}. \qquad (21a)$$

Таким образом, число Маха является критерием подобия для газовых течений, характеризующим степень преобразования теплосодержания в кинетическую энергию потока:

$$\frac{T_0 - T}{T} = \frac{k-1}{2} M^2.$$

Отсюда можно получить расчетную формулу для отношения температуры торможения к температуре в потоке, как функцию числа Маха:

$$\frac{T_0}{T} = 1 + \frac{k-1}{2} M^2. \qquad (21b)$$

То же выражение нетрудно вывести непосредственно из уравнения теплосодержания (14), если поделить обе его части на величину температуры в потоке и воспользоваться законом Майера ($AR = c_p - c_v$), обозначением $k = \frac{c_p}{c_v}$ и формулой для скорости звука (19). Нетрудно видеть, что предельное значение числа Маха (при $T = 0$) равно бесконечности. Этот факт объясняется тем, что при достижении предельной скорости вместе с абсолютной температурой обращается в нуль и скорость звука.

[1] Это число обозначают также Ma.

Поскольку скорость потока может быть выше скорости звука, существует и такой режим, когда скорость потока равна скорости звука, т. е. $M=1$. Этот режим течения называется критическим; ему соответствует совершенно определенное значение температуры в потоке:

$$T_{кр} = T_0 \frac{2}{k+1} . \qquad (22)$$

В воздухе ($k = 1{,}4$) критическая температура получается на 20% ниже температуры торможения. Само значение скорости звука для критического режима отличается от такового для заторможенного газа, но также является вполне определенным:

$$\frac{a_{кр}}{a_0} = \sqrt{\frac{T_{кр}}{T_0}} , \qquad (23a)$$

откуда

$$a_{кр} = a_0 \sqrt{\frac{2}{k+1}} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} gRT_0}. \qquad (23b)$$

В воздухе $a_{кр} = 0{,}913\, a_0$, а так как при этом ($R = 29{,}23$) имеет место:

$$a_0 = 20{,}1 \sqrt{T_0} ,$$

то получается:

$$a_{кр} = 18{,}3 \sqrt{T_0} .$$

Можно характеризовать степень преобразования теплосодержания в кинетическую энергию еще одним способом, поделив тепловой перепад на теплосодержание при критическом режиме:

$$\frac{T_0 - T}{T_{кр}} \cong \frac{i_0 - i}{i_{кр}} = \frac{W^2}{a_{кр}^2} \frac{k-1}{2} .$$

Отсюда с помощью равенства (22) получаем новую формулу для отношения температур в энергетически изолированном газовом течении:

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2. \qquad (24)$$

Здесь принято обозначение

$$\lambda = \frac{W}{a_{кр}} . \qquad (25)$$

Величину λ, измеряющую отношение скорости потока к критической скорости, будем именовать коэфициентом скорости. На

критическом режиме ($W = W_{кр} = a_{кр}$) коэфициент скорости равен числу Маха:

$$\lambda_{кр} = M_{кр} = 1.$$

Предельной скорости потока (при $T = 0$) соответствует определенное предельное значение коэфициента скорости:

$$\lambda_{max} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}}. \qquad (26)$$

Для воздуха ($k = 1{,}4$) будем иметь $\lambda_{max} \approx 2{,}45$.

Для обычных продуктов сгорания ЖРД ($k \approx 1{,}2$) соответственно $\lambda_{max} \approx 3{,}31$.

Коэфициент скорости, как и число Маха, может считаться критерием подобия для газовых течений, характеризующим степень преобразования теплосодержания в кинетическую энергию.

Число Маха (или коэфициент скорости) является основным критерием подобия для газовых течений с большой скоростью.

Естественно, что данному значению числа Маха соответствует совершенно определенное значение коэфициента скорости. Найдем формулу перехода от числа Маха к коэфициенту скорости:

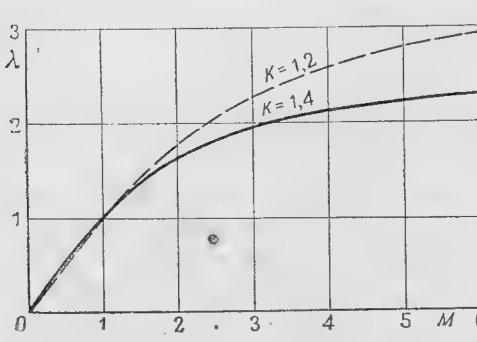
$$M^2 = \frac{W^2}{a^2} = \frac{W^2}{a_{кр}^2}\,\frac{a_{кр}^2}{a_0^2}\,\frac{a_0^2}{a^2},$$

откуда на основании (22), (23а) и (24) получаем:

$$M^2 = \frac{\frac{2}{k+1}\lambda^2}{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2}, \qquad (27a)$$

или

$$\lambda^2 = \frac{\frac{k+1}{2}M^2}{1 + \frac{k-1}{2}M^2}. \qquad (27b)$$



Фиг. 13. Зависимость коэфициента скорости от числа Маха

В газовой динамике и теории реактивных двигателей используются оба безразмерных числа (λ, M). В одних случаях более простые соотношения получаются при использовании коэфициента скорости, а в других — числа Маха. На фиг. 13 представлены кривые $\lambda = f(M)$ для воздуха ($k = 1{,}4$) и продуктов сгорания ЖРД ($k = 1{,}2$).

§ 5. Уравнение энергии в покоящемся газе

Уравнение энергии для покоящегося газа имеет более простой вид, чем для потока. Если газ не течет, то нет изменений кинетической и потенциальной энергии и не могут совершаться техническая работа и работа трения.

Рассмотрим работу сил давления в покоящемся газе, для чего разобьем ее на две части:

$$d\left(\frac{p}{\gamma}\right) = d(pv) = vdp + pdv.$$

Одну из частей можно назвать работой проталкивания:

$$dL_{п} = vdp. \qquad (28a)$$

Она измеряет затраты энергии на перемещение заданного объема газа (v) под влиянием перепада давления. Работа проталкивания в покоящемся газе равна нулю.

Вторая часть представляет собой работу деформации:

$$dL_{д} = pdv, \qquad (28b)$$

которая отражает затраты энергии на изменение объема газа под действием заданного давления. В покоящемся газе работа деформации может совершаться.

На основании изложенного уравнение энергии для покоящегося газа имеет следующую, известную из термодинамики, форму:

$$dQ = du + Apdv, \qquad (29)$$

или в конечном виде:

$$Q = u_2 - u_1 + A\int_1^2 pdv. \qquad (30)$$

Иначе говоря, в покоящемся газе все тепло, подводимое к газу, может расходоваться только на повышение запаса внутренней энергии и работу расширения (деформации).

Следует отметить, что в случае перехода от неподвижной системы координат к системе, движущейся вместе с центром тяжести выбранного элемента газа, уравнение энергии будет иметь также форму (29) или (30), ибо относительно такой подвижной системы координат скорость потока равна нулю.

§ 6. Уравнение Бернулли

Выше мы подробно рассмотрели уравнение теплосодержания, представляющее собой тепловую форму уравнения энергии. Оно

связывало температуру газа со скоростью движения с учетом энергетических воздействий (подвода тепла, технической работы и изменения потенциальной энергии). Такие факторы, как давление и удельный вес газа, в уравнение теплосодержания не входили.

Можно получить иную (механическую) форму уравнения энергии, куда, наоборот, не войдет температура газа, а скорость движения будет связана с давлением и удельным весом.

Для этого запишем уравнение энергии между двумя бесконечно близкими сечениями газовой струйки в неподвижной системе координат:

$$\frac{dQ}{A} - d(pv) - dL - dL_{\text{тр}} = \frac{du}{A} + d\frac{W^2}{2g} + dz$$

и в системе координат, движущейся с центром тяжести элемента газа

$$\frac{dQ}{A} = \frac{du}{A} + pdv$$

и вычтем второе равенство из первого:

$$-dL - dL_{\text{тр}} = d\frac{W^2}{2g} + dz + d(pv) - pdv.$$

Подставляя выражение удельного объема через удельный вес $\left(v = \frac{1}{\gamma}\right)$, получаем:

$$-dL = d\frac{W^2}{2g} + dz + \frac{dp}{\gamma} + dL_{\text{тр}}. \qquad (31)$$

Это есть уравнение движения центра тяжести элемента газа.

После интегрирования будем иметь:

$$-L = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} + z_2 - z_1 + \int_1^2 \frac{dp}{\gamma} + L_{\text{тр}}. \qquad (32)$$

Выведенное уравнение носит название уравнения Бернулли. Оно выражает скорость движения в функции от давления и удельного веса газа с учетом производимой газом технической работы (L), изменения потенциальной энергии ($z_2 - z_1$) и работы сил трения ($L_{\text{тр}}$). Уравнение Бернулли здесь представлено в самом общем виде. В газовой динамике часто пользуются упрощенной формой уравнения Бернулли, соответствующей режиму, когда отсутствует техническая работа ($L = 0$), нет гидравлических потерь ($L_{\text{тр}} = 0$) и запас потенциальной энергии не изменяется

$(z_2 = z_1)$. Для этого режима уравнение Бернулли запишется в следующей форме:

$$\frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} + \int_1^2 \frac{dp}{\gamma} = 0. \qquad (33)$$

В тех случаях, когда удельный вес газа на участке *1—2* элементарной струйки остается практически постоянным, интеграл уравнения Бернулли будет равен

$$\int_1^2 \frac{dp}{\gamma} = \frac{p_2 - p_1}{\gamma}$$

и уравнение Бернулли будет выглядеть особенно просто:

$$\frac{p_2 - p_1}{\gamma} + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} = 0,$$

или

$$\frac{p_2}{\gamma} + \frac{W_2^2}{2g} = \frac{p_1}{\gamma} + \frac{W_1^2}{2g}. \qquad (34)$$

В такой форме оно применяется в гидравлике идеальной несжимаемой жидкости.

Иногда уравнение Бернулли для идеальной несжимаемой жидкости записывается так:

$$p_2 + \gamma \frac{W_2^2}{2g} = p_1 + \gamma \frac{W_1^2}{2g}. \qquad (35)$$

В первом случае оно составлено для 1 *кг*, а во втором — для 1 $м^3$ жидкости. Кинетическую энергию 1 *кг* $\left(\frac{W_1^2}{2g}\right)$ называют скоростной высотой, а кинетическую энергию 1 $м^3$ жидкости $\left(\gamma \frac{W^2}{2g}\right)$ — скоростным напором. Естественно, что если нельзя пренебречь технической работой, гидравлическими потерями и изменением потенциальной энергии, то уравнение Бернулли для 1 *кг* несжимаемой жидкости сведется к следующему равенству:

$$-L = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} + z_2 - z_1 + \frac{p_2 - p_1}{\gamma} + L_{тр}. \qquad (36)$$

Посредством этого равенства можно вычислить, например, работу, которую отдает жидкость колесу турбины $(L > 0)$,

стоящему между сечениями *1* и *2*, если все прочие члены этого уравнения известны.

Для того, чтобы пользоваться уравнением Бернулли для сжимаемого газа, нужно заранее знать термодинамический процесс изменения состояния газа, так как без этого будет неизвестна зависимость удельного веса газа от давления и нельзя будет взять интеграл $\int_1^2 \frac{dp}{\gamma}$.

При изохорическом процессе (постоянный объем, т. е. постоянный удельный вес), типичном для гидравлики капельных жидкостей, как уже указывалось, этот интеграл равен:

$$\int_1^2 \frac{dp}{\gamma} = \frac{p_2 - p_1}{\gamma}. \tag{37}$$

В изобарическом процессе (постоянное давления) интеграл равен нулю:

$$\int_1^2 \frac{dp}{\gamma} = 0. \tag{38}$$

Если осуществляется изотермический процесс (постоянная температура), то согласно уравнению состояния газа (4) будет:

$$\frac{p}{\gamma} = RT = \text{const},$$

т. е. давление прямо пропорционально удельному весу газа:

$$\gamma = \gamma_1 \frac{p}{p_1},$$

откуда получится следующее решение интеграла:

$$\int_1^2 \frac{dp}{\gamma} = \frac{p_1}{\gamma_1} \int_1^2 \frac{dp}{p} = \frac{p_1}{\gamma_1} \ln \frac{p_2}{p_1}. \tag{39}$$

Предположим теперь, что состояние газа изменяется по адиабате Пуассона:

$$\frac{p}{\gamma^k} = \text{const},$$

тогда

$$\gamma = \gamma_1 \left(\frac{p}{p_1}\right)^{\frac{1}{k}},$$

и, следовательно, интеграл будет равен:

$$\int_1^2 \frac{dp}{\gamma} = \frac{p_1^{\frac{1}{k}}}{\gamma_1} \int_1^2 \frac{dp}{p_1^{\frac{1}{k}}} = \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\gamma_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]. \tag{40}$$

Наконец, в политропическом процессе

$$\frac{p}{\gamma^n} = \text{const}$$

с постоянным показателем политропы ($n = \text{const}$) получим следующее решение интеграла Бернулли:

$$\int_1^2 \frac{dp}{\gamma} = \frac{n}{n-1} \frac{p_1}{\gamma_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right]. \tag{41}$$

Следует отметить, что подводимое к газу тепло непосредственно не фигурирует в уравнении Бернулли. Однако, оно учитывается при вычислении интеграла Бернулли, так как влияет на вид функции $\gamma = f(p)$, т. е. на характер процесса, по которому изменяется состояние газа.

Наибольшее значение в газовой динамике имеет адиабатический процесс Пуассона, который предполагает отсутствие теплового воздействия и работы сил трения. По этой причине в адиабате Пуассона энтропия газа остается неизменной. Таким образом, адиабата Пуассона является идеальным термодинамическим процессом. Напомним, что далеко не всякий адиабатический процесс подчиняется закону Пуассона. Например, при выводе уравнения теплосодержания мы показали, что наличие трения не нарушает адиабатичности процесса, но процесс с трением уже не может быть идеальным, так как он протекает с увеличением энтропии. Иначе говоря, адиабатичность процесса требует только отсутствия теплообмена с внешней средой, а не постоянства энтропии.

Адиабатичность совмещается с постоянством энтропии только в идеальном процессе, идущем по закону Пуассона. В таком идеальном процессе, если движение газа совершается в горизонтальной плоскости ($z_2 = z_1$) и нет технической работы ($L = 0$), уравнение Бернулли на основании (33) и (40) имеет следующий вид:

$$\frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\gamma_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] + \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} = 0. \tag{42}$$

Рассмотрим случай идеального торможения газовой струи, т. е. определим давление $p_2 = p_0$, которое получится, если ско-

рость течения изоэнтропическим путем уменьшится от $W_1 = W$ до $W_2 = 0$. Уравнение Бернулли в этом случае дает:

$$\frac{k}{k-1}\frac{p}{\gamma}\left[\left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}}-1\right]=\frac{W^2}{2g}, \tag{43}$$

откуда

$$\frac{p_0}{p}=\left(1+\frac{k-1}{2}\;\frac{W^2}{kp\frac{g}{\gamma}}\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Выражение (19), связывающее скорость звука с параметрами состояния газа:

$$a=\sqrt{\frac{kp}{\rho}},$$

приводит к окончательной формуле для вычисления давления в идеально заторможенной газовой струе, в функции давления (p) и числа Маха (M) перед торможением:

$$\frac{p_0}{p}=\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)^{\frac{k}{k-1}}. \tag{44}$$

Величина p_0 носит название полного давления. Как и температура торможения, полное давление является удобной характеристикой газового потока, так как оно определяет сразу два фактора: скорость и давление в потоке; последнее обычно называют статическим давлением.

Итак, отношение полного давления к статическому есть функция только числа Маха.

Формулу (44) можно получить непосредственно из выражения 21b) для температуры торможения:

$$\frac{T_0}{T}=1+\frac{k-1}{2}M^2,$$

пользуясь пропорциями Пуассона:

$$\frac{p_0}{p}=\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{k}{k-1}}, \tag{45a}$$

$$\frac{\rho_0}{\rho}=\left(\frac{T_0}{T}\right)^{\frac{1}{k-1}}. \tag{45b}$$

Отсюда же получается формула для вычисления плотности в идеально заторможенной газовой струе:

$$\frac{\rho_0}{\rho} = \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right)^{\frac{1}{k-1}}. \quad (46)$$

С помощью функции (24), связывающей температуру торможения с коэфициентом скорости, находим из пропорций Пуассона зависимость полного давления от коэфициента скорости:

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (47)$$

Для плотности идеально заторможенного газа соответственно получим:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}. \quad (48)$$

Нужно отметить, что истинное давление, которое получается при торможении струи газа, может существенно отличаться от полного давления, отвечающего состоянию газа перед торможением.

Объясняется это тем, что в действительности торможение струи часто протекает не по идеальной адиабате Пуассона, а с более или менее существенными гидравлическими потерями. Например, в диффузоре при дозвуковом течении газа уменьшение скорости обычно сопровождается вихреобразованиями, вносящими значительные сопротивления в газовый поток. При торможении сверхзвукового потока всегда образуются ударные волны, дающие специфическое „волновое“ сопротивление. Итак, действительное давление в заторможенной струе газа обычно ниже полного давления набегающей струи.

Вообще если на участке струи *1—2* наблюдаются потери, то это обязательно приводит к тому, что полное давление в сечении *2* ниже полного давления в сечении *1*:

$$p_{02} < p_{01}.$$

Если ввести безразмерную величину, носящую название коэфициента давления:

$$\sigma = \frac{p_{02}}{p_{01}}, \quad (49)$$

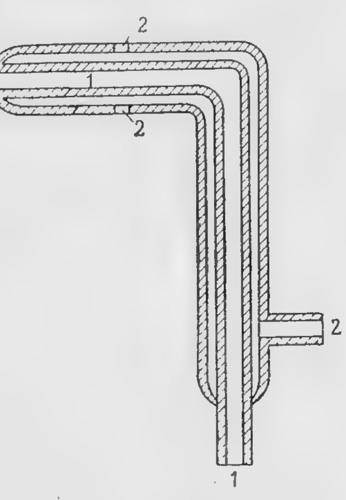
то чем больше потери, тем ниже значение коэфициента давления и меньше полное давление в конце рассматриваемого участка струи:

$$p_{02} = \sigma p_{01}; \quad (50)$$

Можно оценивать потери и по разности полных давлений, тогда будем иметь:

$$\Delta p_0 = p_{01} - p_{02} = (1 - \sigma) p_{01}. \tag{51}$$

На применении уравнения Бернулли основан пневматический способ определения скорости потока, который состоит в том, что в поток вводится так называемый насадок Пито (фиг. 14), состоящий из двух трубок. Открытое отверстие одной из этих трубок (1) размещается в носовой части насадка (навстречу потоку), а отверстия второй трубки (2) расположены в боковой поверхности насадка (вдоль потока).



Фиг. 14. Схема насадка Пито

При этом во второй трубке устанавливается давление, близкое к статическому давлению потока. При дозвуковой скорости замедление струи газа от встречи с насадком проходит без каких-либо потерь, так как трение и вихреобразования возникают уже на боковой поверхности насадка, т. е. после того, как струя минует область своего полного торможения, размещающуюся перед самым носком насадка. По этой причине в трубке *1* будет господствовать давление, почти в точности равное полному давлению набегающего потока. Трубки *1* и *2* сообщаются с манометром, измеряющим давление.

Отношение измеренных давлений:

$$\frac{p_0}{p} = \frac{p_1}{p_2}$$

дает возможность по формуле (44) или (47) вычислить значения числа Маха или коэфициента скорости потока.

Расчеты по этим формулам достаточно точны только для дозвукового потока. Объясняется этом тем, что при торможении сверхзвукового потока перед насадком возникает ударная волна, пересекая которую, газовые струи претерпевают значительные гидравлические потери. Поэтому давление в трубках *1* и *2* насадка Пито при сверхзвуковом течении будет существенно отличаться соответственно от полного и статического давления набегающего потока, что делает формулы (44) и (47) в этом случае неприменимыми.

Нужно заметить, что пользоваться насадком Пито можно и для измерения сверхзвуковой скорости, но при этом следует применять специальные расчетные формулы, учитывающие волновое сопротивление. Такие формулы мы выведем в дальнейшем.

Итак, предельное значение скорости, ниже которого можно применять формулы (44) и (47) при торможении газового потока, равно скорости звука ($M = \lambda = 1$).

Для ускоряющегося газового потока этими формулами можно пользоваться и при сверхзвуковых скоростях, так как увеличение скорости происходит обычно без заметных потерь (изоэнтропически) не только в области $M < 1$, но в случае $M > 1$, т. е. полное давление в ускоряющейся газовой струе почти не меняется.

В частности по формулам (44) или (47) вычисляется скорость истечения. При этом в сосуде, где газ покоится, давление равно полному давлению вытекающей струи p_0, а в выхлопном отверстии сопла — статическому давлению p.

Из формулы (44) получим:

$$M^2 = \left[\left(\frac{p_0}{p} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \frac{2}{k-1}, \tag{52}$$

или из формулы (47):

$$\lambda^2 = \left[1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{k}} \right] \frac{k+1}{k-1}. \tag{53}$$

Отсюда скорость истечения:

$$W = aM,$$

где

$$a = a_0 \sqrt{\frac{T}{T_0}} = a_0 \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{k-1}{2k}}, \tag{54}$$

или

$$W = a_{кр} \lambda,$$

где

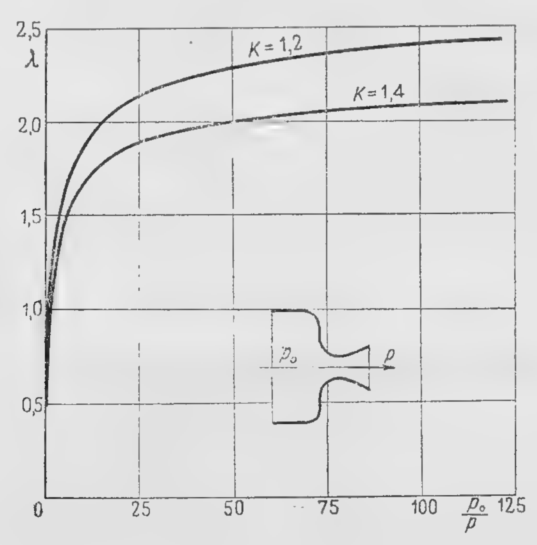
$$a_{кр} = a_0 \sqrt{\frac{2}{k+1}}. \tag{55}$$

Как нетрудно видеть, расчет скорости истечения более удобно вести по коэфициентам скорости, чем по числам Маха.

Точные значения скорости истечения будут немного ниже определяемых по формуле (55), так как некоторых потерь трения избежать нельзя, но погрешность этих формул обычно не больше $1-2\%$.

Кривые зависимости $\lambda = f\left(\frac{p_0}{p} \right)$ для воздуха ($k = 1{,}4$) и продуктов горения ЖРД ($k = 1{,}2$) представлены на фиг. 15.

Рассмотрим с точки зрения уравнения Бернулли техническую работу компрессора и турбины.



Фиг. 15. Зависимость коэфициента скорости истечения от отношения полного давления к статическому в выхлопном отверстии

В компрессоре полное давление газа увеличивается:

$$p_{02} > p_{01},$$

а в газовой турбине падает:

$$p_{02} < p_{01}.$$

Коэфициент давления за компрессором будет, соответственно, выше единицы, а за турбиной—ниже единицы. Для большей наглядности предположим, что работа трения и изменение потенциальной энергии отсутствуют и изменение давления в машине идет по изоэнтропическому закону Пуассона. В этом случае уравнение Бернулли напишется так:

$$-L = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} + \int_1^2 \frac{dp}{\gamma} = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} +$$

$$+ \frac{k}{k-1} \frac{p_1}{\gamma_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]. \quad (56)$$

Компрессор или турбина, работающие в таких условиях, носят названия идеального компрессора, или идеальной турбины.

Используя пропорции Пуассона:

$$\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \frac{T_2}{T_1},$$

уравнение состояния:

$$\frac{p_1}{\gamma_1} = RT_1,$$

закон Майера:

$$AR = c_p - c_v,$$

и отношение

$$k = \frac{c_p}{c_v},$$

приведем равенство (56) к следующему виду:

$$-L = \frac{W_2^2 - W_1^2}{2g} + \frac{c_p}{A}(T_2 - T_1).$$

Но, как известно из уравнения теплосодержания, правая часть полученного равенства пропорциональна изменению полного теплосодержания газа за и перед машиной:

$$L = \frac{c_p}{A}(T_{02} - T_{01}).$$

Отсюда, прибегая вновь к пропорциям Пуассона, уравнению состояния и закону Майера, получаем новую формулу для определения технической работы 1 *кг* газа в идеальном компрессоре, или идеальной турбине:

$$-L = \frac{k}{k-1}\,\frac{p_{01}}{\gamma_{01}}\left[\left(\frac{p_{02}}{p_{01}}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right]. \qquad (57)$$

Итак, в идеальном случае техническая работа может быть определена по изменению полных давлений без учета конкретных значений скорости газа до и после машины. Работа, используемая газовой турбиной, будет получаться всегда положительной ($p_{02} < p_{01}$), а подводимая компрессором—отрицательной ($p_{02} > p_{01}$).

Отклонение от идеального изоэнтропического процесса в машине учитывается обычно с помощью дополнительного множителя, представляющего собой коэфициент полезного действия машины.

В случае компрессора получим:

$$L_к = \frac{L}{\eta_к}. \qquad (58)$$

В случае турбины:

$$L_т = L\eta_т . \tag{59}$$

Отношение значений полного давления за и перед машиной:

$$\varepsilon = \frac{p_{02}}{p_{01}} \tag{60}$$

будем называть в дальнейшем степенью сжатия (для компрессора), или степенью расширения (для турбины).

Уравнение идеальной технической работы мы будем применять в следующем виде:

$$L = -\frac{k}{k-1} RT_{01} \left[\varepsilon^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \quad [кгм/кг]. \tag{61}$$

Наиболее существенной особенностью технической работы является то, что ее величина, как видно из выражения (61), прямо пропорциональна начальной температуре газа (при одном и том же отношении значений полного давления техническая работа, приходящаяся на 1 *кг* газа, будет изменяться в зависимости от температуры газа перед машиной). Это свойство технической работы лежит в основе рабочего процесса любой тепловой газовой машины. Например, в двигателе внутреннего сгорания всегда рабочее тело вначале сжимается, затем подогревается и потом расширяется.

В соответствии с изложенным работа, затраченная при сжатии холодного газа, будет меньше работы, которую он произведет после подогрева при расширении до первоначального давления. Из разности этих работ, собственно говоря, и получается полезная работа, совершаемая двигателем внутреннего сгорания.

§ 7. Уравнение количества движения

Закон количества движения: импульс силы равняется изменению количества движения, обычно в механике представляется в виде:

$$Pd\tau = d(mW), \tag{62}$$

где P — проекция на какую-либо ось равнодействующей всех сил, приложенных к массе m,

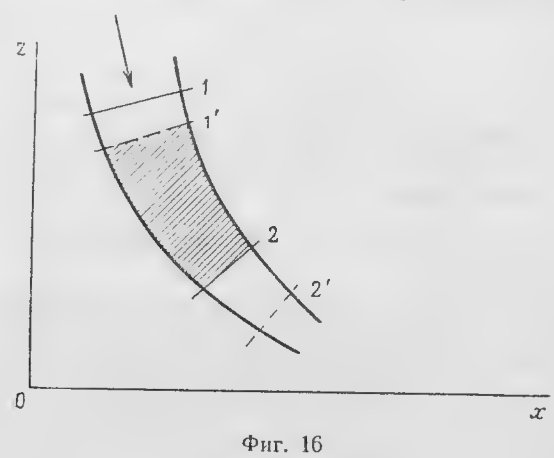
W — проекция скорости на ту же ось,

$d\tau$ — время действия силы P.

В таком виде закон количества движения применяется в механике твердого тела. Применительно к потокам жидкостей и газов более удобна несколько иная (гидродинамическая) форма закона количества движения, которую получил впервые Эйлер.

Выведем уравнение количества движения в гидродинамической форме. Для этого выделим элементарную струйку (фиг. 16) и проведем два нормальных к ее оси сечения *1* и *2*.

Разобъем всю массу жидкости, заключенную в объеме $1-2$, на большое число частей так, чтобы в пределах каждой из них, имеющей массу m, скорость движения W можно было считать постоянной, и установим связь между проекциями сил и коли-



Фиг. 16

чества движения на ось x. Согласно закону количества движения (62), импульс проекции равнодействующей всех сил, приложенных к массе жидкости $1-2$, равняется изменению проекции суммарного количества движения:

$$P_x d\tau = d\Sigma m W_x. \tag{63}$$

Рассмотрим изменение суммарного количества движения $d\Sigma m W_x$ за время $d\tau$, в течение которого выделенная масса жидкости переместится из положения $1-2$ в положение $1'-2'$.

Ввиду того, что жидкость находится в установившемся движении, величины скорости в каждой точке пространства со временем не изменяются. По этой причине количество движения массы $1'-2$, входящее как в начальное, так и в конечное значение суммарного количества движения, остается неизменным и при вычитании сокращается. Иначе говоря, прирост суммарного количества движения должен быть равен разности количества движения, взятого соответственно для масс $2-2'$ и $1-1'$:

$$d\Sigma m W_x = W_{x2} dM_2 - W_{x1} dM_1.$$

Здесь dM_1 — элементарная масса жидкости, вытекающей за время $d\tau$ из объема $1-1'$,

dM_2 — элементарная масса жидкости, заполняющей за время $d\tau$ объем $2-2'$,

W_{x2}, W_{x1} — проекции на ось x скорости потока в сечениях 2 и 1.

Элементарная масса равна произведению секундного весового расхода жидкости на промежуток времени $d\tau$, поделенному на ускорение силы тяжести:

$$dM = \frac{G}{g} d\tau.$$

Отсюда

$$d\Sigma m W_x = \left(\frac{G_2 W_{x2}}{g} - \frac{G_1 W_{x1}}{g} \right) d\tau. \quad (64)$$

Величина $\frac{GW}{g}$, равная произведению массы, протекающей за 1 секунду через поперечное сечение, на скорость потока, носит название секундного количества движения. После подстановки результата (64) в исходное равенство (63) приходим к уравнению количества движения в гидродинамической форме (первому уравнению Эйлера):

$$P_x = \frac{G_2 W_{x2}}{g} - \frac{G_1 W_{x1}}{g}, \quad (65)$$

согласно которому проекция равнодействующей всех сил, приложенных к струе жидкости на любом ее участке, равна приращению проекции секундного количества движения на этом участке.

Если боковая поверхность 1—2 является поверхностью тока, т. е. непроницаема для жидкости, то секундная масса по уравнению неразрывности остается неизменной:

$$G_2 = G_1.$$

Тогда из уравнения Эйлера получаем, что равнодействующая всех сил равна произведению секундной массы на приращение скорости

$$P_x = \frac{G}{g} (W_{x2} - W_{x1}).$$

Применим уравнение количества движения к струйке постоянного сечения.

Проведем торцевые сечения контрольного контура нормально к направлению потока, причем пусть образующая боковой поверхности струйки параллельна оси x. Скорость потока W направлена в сторону положительной оси x. Составим баланс сил и количества движения в направлении потока.

На контрольную поверхность действуют силы давления, нормальные к ней. Поэтому проекция на ось x результирующей сил давления, приложенных к боковой поверхности, будет равна нулю. Изменение давления на участке между торцевыми сечениями даст силу, действующую на них; площадь сечений одинакова и равна F. Эта сила, параллельная оси x, будет $(p_1 - p_2) F$.

К боковой поверхности приложена сила трения, направленная параллельно потоку, против него: $-P_{тр}$.

Кроме того, между торцевыми сечениями может находиться какая-либо машина, получающая от газа техническую работу. Пусть проекция на направление движения силы, с которой действует машина на газ, равна $-P$. Итак, проекция результирующей всех сил будет:

$$P_x = (p_1 - p_2)F - P_{тр} - P.$$

По уравнению количества движения эта сила должна быть равна изменению количества движения:

$$(p_1 - p_2)F - P_{тр} - P = \frac{G}{g}(W_2 - W_1).$$

Если контур бесконечно мал, то уравнение количества движения нужно записать в диференциальной форме:

$$\frac{G}{g}dW + Fdp = -dP_{тр} - dP.$$

Умножив все члены этого уравнения на скорость движения и разделив на весовой расход газа, получим уравнение работы всех сил для цилиндрической струйки, отнесенное к 1 *кг* газа:

$$\frac{WdW}{g} + \frac{dp}{\gamma} = -\frac{WdP_{тр}}{G} - \frac{WdP}{G}.$$

Здесь использовано уравнение расхода в цилиндрической струйке:

$$\gamma W = \frac{G}{F} = \text{const}.$$

Нетрудно видеть, что стоящие в правой части члены представляют собой работу сил трения:

$$\frac{W}{G}dP_{тр} = dL_{тр}$$

и техническую работу:

$$\frac{W}{G}dP = dL.$$

Таким образом, уравнение количества движения для цилиндрической струйки газа легко преобразуется в уравнение Бернулли:

$$-dL = d\left(\frac{W^2}{2g}\right) + \frac{dp}{\gamma} + dL_{тр}. \qquad (66)$$

В дальнейшем уравнение количества движения для цилиндрической струи газа мы будем применять в следующей форме:

$$dp + \rho WdW = -\frac{dP_{тр}}{F} - \frac{dP}{F}. \qquad (67)$$

При отсутствии трения и силового взаимодействия газа с какой-либо машиной диференциальное уравнение количества движения приобретает особенно простой вид:

$$dp = -\rho W dW. \tag{68}$$

В интегральной форме уравнение количества движения для цилиндрической струйки напишется так:

$$p_2 - p_1 + \rho_1 W_1 (W_2 - W_1) = -\frac{P_{\text{тр}}}{F} - \frac{P}{F}$$

или при условии $P_{\text{тр}} = 0$ и $P = 0$:

$$p_2 - p_1 = \rho_1 W_1 (W_1 - W_2). \tag{69}$$

Итак, в цилиндрической струйке давление может изменяться даже в том случае, когда нет трения и технической работы. Для этого достаточно того, чтобы изменялась скорость течения, что может быть достигнуто при подводе или отводе тепла. Например, при подогреве газа, в связи с уменьшением его плотности, скорость будет расти ($\rho_1 W_1 = \rho_2 W_2$), а давление падать.

Важная особенность уравнения количества движения состоит в том, что с его помощью расчет действующих сил производится только по состоянию потока на контуре без проникновения в сущность процессов, происходящих внутри этого контура. Поэтому уравнение количества движения позволяет во многих случаях достаточно точно рассчитать гидродинамический процесс, не вникая в его детали.

Следует отметить, что эффективность использования уравнения количества движения зависит очень сильно от того, насколько удачно выбран в потоке контур.

Рассмотрим несколько примеров применения уравнения количества движения.

П р и м е р 1. Определим гидравлические потери, которые получаются в потоке при внезапном расширении канала (фиг. 17).

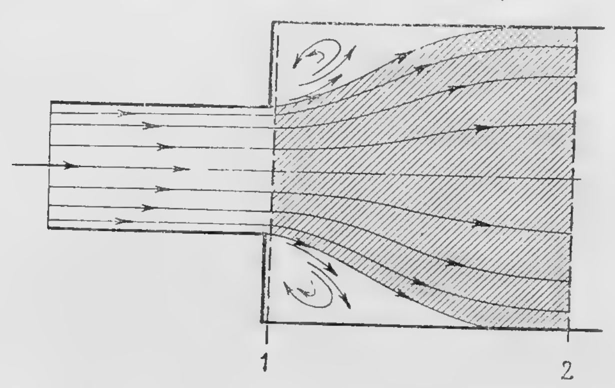
Опыт показывает, что в этом случае струя, выходящая из узкой части канала, не заполняет вначале всего поперечного сечения широкого канала, а растекается постепенно. В углах между поверхностью струи и стенками образуются замкнутые токи жидкости, причем давление на торцевой стенке *1* оказывается практически равным статическому давлению на выходе из узкой части канала (p_1). При внезапном расширении канала наблюдается значительное гидравлическое сопротивление, т. е. происходит уменьшение полного давления в потоке. Если поместить сечение *2* в таком месте, где поток уже полностью выравнялся, т. е. статическое давление p_2 и скорость потока W_2 постоянны,

то согласно уравнению Бернулли потери будут равны разности полных давлений:

$$\Delta p = p_{01} - p_{02}$$

или для несжимаемой жидкости:

$$\Delta p = \left(p_1 + \frac{\rho W_1^2}{2}\right) - \left(p_2 + \frac{\rho W_2^2}{2}\right).$$



Фиг. 17. Схема потока при внезапном расширении канала

Здесь изменение скорости можно найти из уравнения неразрывности

$$W_1 F_1 = W_2 F_2,$$

изменение статического давления $(p_1 - p_2)$ заранее неизвестно, т. е. получается одно уравнение с двумя неизвестными. Дополнительно можно использовать уравнение количества движения. Учитывая, что участок растекания струи *1—2* имеет не слишком большую длину, силой трения обычно пренебрегают. Тогда уравнение количества движения можно применить в простейшей форме (69):

$$p_1 - p_2 = \rho W_2 (W_2 - W_1).$$

Здесь используется постоянство давления в сечении *1*, что не является самоочевидным, но подтверждается опытами.

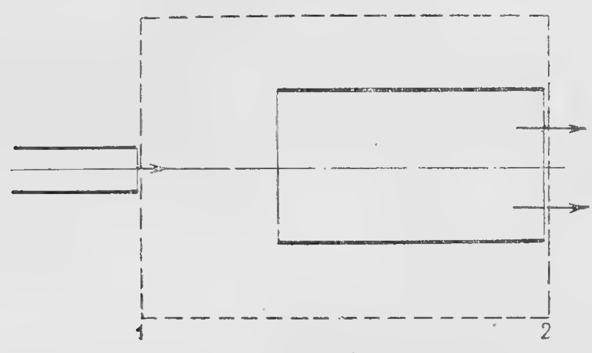
В отличие от уравнения Бернулли, уравнение количества движения дает возможность сразу определить разность значений статического давления, получающихся в потоке при внезапном расширении канала.

Если этот результат подставить в уравнение Бернулли, то найдутся и потери полного давления при внезапном расширении канала:

$$\Delta p = \rho \frac{(W_1 - W_2)^2}{2}.$$

Следует обратить внимание на то, что применение уравнения количества движения принесло в данном случае успех благодаря удачному выбору контура *1 — 2*, на котором оказались известными основные действующие силы.

Пример 2. Произведем расчет простейшего инжектора, состоящего из сопла и цилиндрической смесительной трубы, расположенных в пространстве, заполненном неподвижной жидкостью (фиг. 18). Из сопла подается струя, которая подсасывает жидкость из окружающего пространства. Пусть на выходе из смесительной трубы скорость и удельный вес смеси примерно постоянны. Построим контур из сечений *1* и *2*, проходящих нормально к потоку по срезу сопла и срезу смесительной трубы, и боковых поверхностей, направленных параллельно потоку. На всем контуре господствует одно и то же давление покоящейся жидкости, т. е. результирующая сил давления равна нулю.



Фиг. 18. Простейший инжектор

Если пренебречь силой трения на стенках смесительной трубы, то окажется, что равнодействующая всех сил в пределах контура *1 — 2* равна нулю, а, следовательно, не должно быть изменения количества движения:

$$0 = \frac{G_2 W_2}{g} - \frac{G_1 W_1}{g}.$$

Здесь G_1, G_2 — секундный весовой расход жидкости соответственно в сопле и на выходе из смесительной трубы,

W_1, W_2 — скорость истечения из сопла и смесительной трубы.

Отсюда получаем, что расход жидкости обратно пропорционален скорости:

$$\frac{G_2}{G_1} = \frac{W_1}{W_2}.$$

С другой стороны, из уравнения неразрывности:

$$\frac{G_2}{G_1} = \frac{\gamma_2 W_2 F_2}{\gamma_1 W_1 F_1},$$

где γ — удельный вес,

F — площадь сечения.

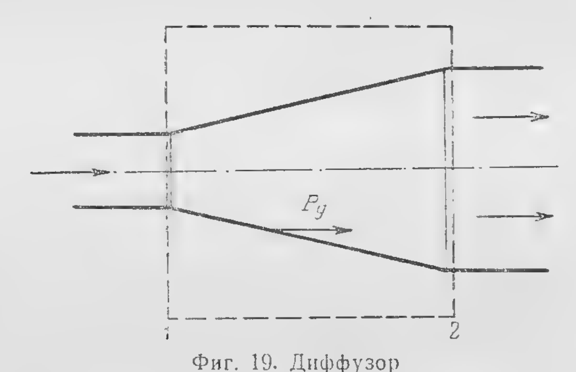
Сравнивая последние два выражения, приходим к следующей расчетной формуле:

$$\frac{G_2}{G_1} = \sqrt{\frac{\gamma_2 F_2}{\gamma_1 F_1}}.$$

Если удельный вес жидкости в активной струе и в окружающем пространстве одинаков, то отношение весовых расходов жидкости равно отношению диаметров смесительной трубы и сопла:

$$\frac{G_2}{G_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} = \frac{D_2}{D_1}.$$

Пример 3. Вычислим силу, действующую на стенки диффузора (фиг. 19) при отсутствии гидравлических потерь в потоке несжимаемой жидкости.



Фиг. 19. Диффузор

Пусть давление и скорость в сечении *1* перед диффузором постоянны и равны p_1, W_1 и в сечении *2* после диффузора также постоянны и равны p_2, W_2. Уравнение Бернулли, если нет потерь, дает:

$$p_1 + \frac{\rho W_1^2}{2} = p_2 + \rho \frac{W_2^2}{2}.$$

Из уравнения неразрывности получаем:

$$W_1 F_1 = W_2 F_2 = \frac{G}{\gamma}.$$

Проведем контур из поперечных сечений *1* и *2* и боковых поверхностей, расположенных параллельно потоку и охватывающих

диффузор. Вследствие наклона стенок диффузора проекция на ось x результирующей сил давления, приложенных к этим стенкам, не равна нулю ($P_д \neq 0$).

Сумма проекций всех сил на ось x получается путем сложения силы $P_д$ с силами давления на торцевые сечения. Отсюда по уравнению количества движения получается:

$$P_д + p_1 F_1 - p_2 F_2 = \frac{G}{g}(W_2 - W_1).$$

Производя замену переменных с помощью уравнений неразрывности и Бернулли, приходим к следующему выражению для проекции на направление потока силы, действующей изнутри на стенки диффузора:

$$P_д = p_1 (F_2 - F_1) + \frac{G W_2}{2g} \left(\frac{F_2 - F_1}{F_1} \right)^2.$$

Пусть внешнее давление будет p_0, тогда проекция на ось x силы внешнего давления на диффузор будет:

$$P_{вн} = - p_0 (F_2 - F_1).$$

В итоге получаем следующее значение проекции на ось x результирующей силы, которая действует на стенки диффузора:

$$P = P_д + P_{вн} = (p_1 - p_0)(F_2 - F_1) + \frac{G W_2}{2g} \left(\frac{F_2 - F_1}{F_1} \right)^2.$$

В частном случае, когда внешнее давление одинаково с давлением в узком сечении диффузора, эта сила будет равна:

$$P = \frac{G W_2}{2g} \left(\frac{F_2}{F_1} - 1 \right)^2 = \frac{\gamma W_1^2}{2g} F_2 \left(1 - \frac{F_1}{F_2} \right)^2.$$

Последнее выражение применяется иногда при вычислении силы, действующей на входной диффузор воздушно-реактивного двигателя.

§ 8. Уравнение моментов количества движения

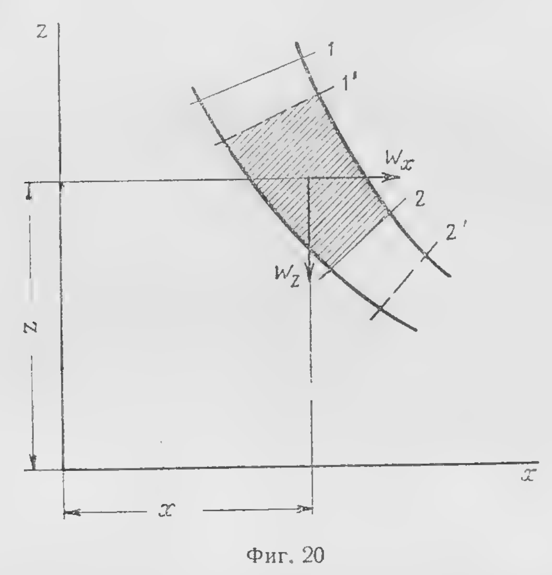
Как известно из механики, момент импульса результирующей всех сил, приложенных к телу, равен изменению суммарного момента количества движения (фиг. 20):

$$M_y d\tau = d \Sigma m (W_z x + W_x z). \tag{70}$$

Здесь mW_z и mW_x — проекции количества движения некоторой элементарной массы m на оси z и x,
x и z — соответствующие плечи,
$mW_z x + mW_x z$ — момент количества движения элементарной массы m относительно оси y.

Изменение суммарного момента количества движения жидкости, перемещающейся за время $d\tau$ из объема $1—2$ в объем $1'—2'$, равно разности моментов количества движения в элементарных объемах $2—2'$ и $1—1'$:

$$d\Sigma m\,(W_z x + W_x z) = \frac{G_2}{g}\,d\tau(W_{z2}x_2 + W_{x2}z_2) - \frac{G_1}{g}\,d\tau(W_{z1}x_1 + W_{x1}z_1).$$



Фиг. 20

Объясняется это тем, что момент количества движения заштрихованной массы $1'—2$ при вычитании сокращается.

Подставляя результат в равенство (70), получим второе уравнение Эйлера, которое выражает уравнение моментов количества движения в гидродинамической форме:

$$M_y = \frac{G_2}{g}(W_{z2}x_2 + W_{x2}z_2) - \frac{G_1}{g}(W_{z1}x_1 + W_{x1}z_1). \tag{71}$$

Согласно второму уравнению Эйлера момент относительно некоторой оси равнодействующей всех сил, приложенных к любому жидкому контуру, равен разности моментов относительно той же оси секундных количеств движения выходящей и входящей жидкости.

При постоянстве секундной массы имеем:

$$M_y = \frac{G}{g}\left[(W_{z2}x_2 + W_{x2}z_2) - (W_{z1}x_1 + W_{x1}z_1)\right]. \tag{72}$$

Уравнение моментов количества движения приобретает более простую форму, если ось моментов проходит через центр кри-

визны и силы и скорости раскладываются на радиальные и окружные слагающие:

$$M=\frac{G}{g}(W_{u2}r_2-W_{u1}r_1), \tag{73}$$

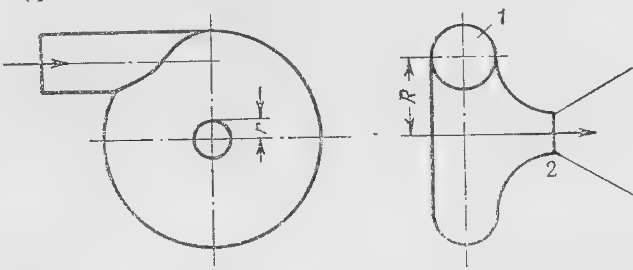
так как моменты радиальных слагающих равны нулю.

Для случая движения по инерции ($M=0$) получим известный закон площадей:

$$W_u r=\text{const}. \tag{74}$$

Остановимся на примерах применения уравнения моментов количества движения.

П р и м е р 1. Уравнение моментов количества движения объясняет работу центробежной форсунки[1] и дает возможность рассчитать ее (фиг. 21).



Фиг. 21. Схема центробежной форсунки

Жидкость подается в форсунку по периферии через боковое отверстие *1*, а выходит из нее через центральное отверстие *2*. Истечение жидкости из форсунки сопровождается сильным вращением. Объясняется это тем, что жидкость в форсунке движется по сужающимся спиралям.

Если пренебречь моментом сил трения о стенки форсунки, то момент относительно оси выходного отверстия секундного количества жидкости не должен изменяться. Но тогда по закону площадей (74) имеем:

$$W_{\text{вх}}R=W_u r.$$

Здесь $W_{\text{вх}}$ — скорость во входном отверстии,

R — плечо входного отверстия,

W_u — вращательная составляющая скорости в выходном отверстии,

r — радиус выходного отверстия.

Чем больше плечо входного отверстия, тем выше вращательная составляющая (W_u) скорости истечения, т. е. тем сильнее

[1] Г. Н. А б р а м о в и ч. К теории центробежной форсунки. Сборник „Промышленная аэродинамика“, ЦАГИ, 1944 г.

вращение вытекающей струи. По выходе из форсунки струя разбивается на капли, причем вращательные составляющие скорости обеспечивают разлет капель.

Пример 2. По уравнению моментов количества движения (73) можно найти момент сил, возникающих на колесе газовой турбины и компрессора. Для этого нужно знать окружные компоненты скорости за (W_{u2}) и перед (W_{u1}) колесом, а также средние радиусы выходящей (r_2) и входящей (r_1) массы газа. Работа на валу колеса, как известно, равна произведению момента на угловую скорость (ω), откуда получаем для 1 *кг* газа:

$$L = \frac{\omega}{g}(W_{u2} r_2 - W_{u1} r_1). \tag{75}$$

Таким образом, работа 1 *кг* газа в колесе турбины (компрессора) определяется кинематикой потока и угловой скоростью колеса, но не зависит от температуры и плотности жидкости (газа).

Выше было показано, что работа колеса турбины (и компрессора) пропорциональна разности полного теплосодержания за и перед колесом:

$$-L = \frac{i_{02} - i_{01}}{A}.$$

Поэтому при постоянном числе оборотов колеса остается неизменным перепад теплосодержания в нем:

$$i_{02} - i_{01} = \text{const}, \tag{76a}$$

а при постоянной теплоемкости $c_p = \text{const}$ и перепад температур торможения:

$$\Delta T = T_{02} - T_{01} = \text{const}. \tag{76b}$$

Отсюда, пользуясь уравнением работы компрессора в форме (61), замечаем, что степень сжатия компрессора существенно зависит от температуры газа на входе:

$$\Delta T_{u\,д} = T_{01}\left(\varepsilon_к^{\frac{k-1}{k}} - 1\right) = \frac{k-1}{kR} L_к = \text{const}. \tag{77}$$

Пусть, например, степень сжатия компрессора воздушно-реактивного двигателя на режиме старта при температуре в атмосфере $T_н = 300°$ *абс* равна $\varepsilon_{к0} = 3{,}5$. Тогда в полете со скоростью $W_н = 700$ *м/сек* ($M_н = 2$) температура торможения согласно уравнению (15) повысится до значения

$$T_{01} \cong T_н + \frac{W_н^2}{2000} \cong 300 + 245 = 545° \text{ абс}.$$

Степень сжатия компрессора будет определяться равенством (77):

$$\varepsilon_{\text{к}}^{\frac{k-1}{k}} - 1 = \frac{T_{\text{н}}}{T_{01}}\left(\varepsilon_{\text{к0}}^{\frac{k-1}{k}} - 1\right),$$

т. е. при скорости полета $W_{\text{н}} = 700$ *м/сек* она уменьшится до значения

$$\varepsilon_{\text{к}} = 2{,}1.$$

Итак, в конечном счете, из уравнения моментов количества движения вытекает, что степень сжатия компрессора в воздушно-реактивном двигателе падает с увеличением скорости полета.

ГЛАВА II

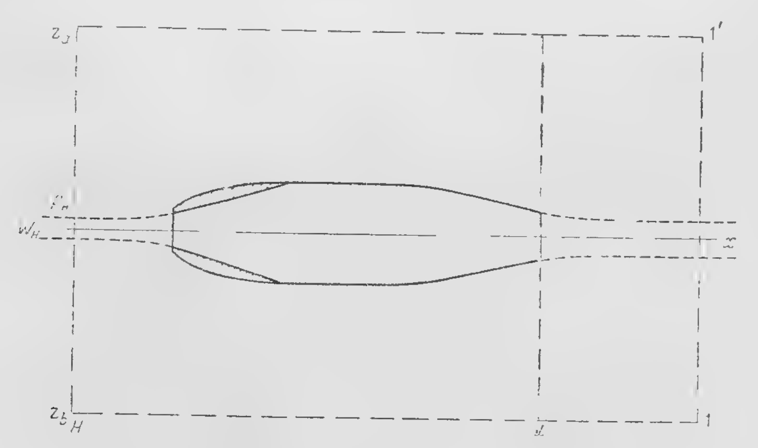
РЕАКТИВНАЯ СИЛА

Полет реактивного аппарата осуществляется за счет того, что струя выходящих газов сообщает ему реактивную силу или, как ее часто называют, реактивную тягу; поэтому важно знать способ ее определения на основных режимах работы двигателя.

Для нахождения величины реактивной силы P нет необходимости рассматривать детально распределение давления по внутренним и наружным стенкам реактивного аппарата. Реактивную силу можно определить по уравнению количества движения.

Совершая полет, двигатель производит возмущение в окружающей среде.

Всегда можно выделить некоторую достаточно большую цилиндрическую область, границы которой выходят за пределы возмущенной части потока (фиг. 22). На боковых границах этой



Фиг. 22. Контур для определения реактивной силы

области давление и скорость потока (считаем двигатель неподвижным, а воздух — движущимся со скоростью полета) будут равны их значениям на бесконечности перед двигателем.

Спроектируем на ось x силы, действующие на двигатель и на поверхность выделенного контура.

Пусть ось x совпадает с направлением полета и является осью симметрии двигателя; так как силы давления в жидкости нормальны к поверхности, то проекции на ось x сил, действующих на боковые поверхности контура, обращаются в нуль. Поэтому уравнение Эйлера запишется так:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} p_{\text{н}}\, dz - \int_{-\infty}^{+\infty} p_1 dz + P_x = \int_{-\infty}^{+\infty} (W_1 - W_{\text{н}})dm + \int_0^{m_{\text{г}}} W_{\text{н}}\, dm_{\text{г}}\,.$$

Здесь $m_{\text{г}} = \frac{G_{\text{г}}}{g}$ — дополнительная секундная масса горючего, которая выбрасывается двигателем.

Если взять левую торцевую поверхность далеко перед двигателем, то давление на ней будет постоянно и равно атмосферному ($p_{\text{н}}$), а скорость потока равна скорости полета ($W_{\text{н}}$). Кроме того, можно считать, что уже на некоторых конечных расстояниях z_a, z_b от поверхности двигателя поток будет невозмущенным. Тогда следует написать:

$$p_{\text{н}}(z_a + z_b) - \int_{z_a}^{z_b} p_1 dz + P_x = \int_{z_a}^{z_b} (W_1 - W_{\text{н}})dm + \int_0^{m_{\text{г}}} W_{\text{н}}\, dm_{\text{г}}\,.$$

В большом числе случаев возмущение, вызываемое летящим телом, настолько незначительно, что в плоскости среза сопла a (вне струи выхлопных газов) давление обтекающего потока мало отличается от давления на бесконечности ($p_{\text{н}}$). Тогда силы давления на передней и задней торцевых поверхностях контура уравновешиваются везде, кроме участка, соответствующего поперечному сечению выхлопной струи (F_a).

Одинаковы на этих поверхностях и скорости потока во всех элементарных струйках, кроме проходящих через двигатель (здесь пренебрегается влиянием трения на наружной поверхности двигателя). Следовательно, изменение количества движения получается только в струе, протекающей сквозь двигатель. Тогда уравнение Эйлера примет следующий вид:

$$(p_{\text{н}} - p_a)F_a + P_x = \frac{G_{\text{в}} + G_{\text{г}}}{g}(W_a - W_{\text{н}}) + \frac{G_{\text{г}}}{g} W_{\text{н}} = \frac{G_{\text{в}}}{g}(W_a - W_{\text{н}}) + \frac{G_{\text{г}}}{g} W_a\,.$$

Откуда получается основная формула для реактивной силы:

$$P_x = \frac{G_{\text{в}}}{g}(W_a - W_{\text{н}}) + \frac{G_{\text{г}}}{g} W_a + (p_a - p_{\text{н}})F_a. \qquad (78)$$

В этих выражениях $\frac{G_в}{g}$ — секундная масса воздуха, всасываемого в двигатель, W_a — скорость истечения.

Следует подчеркнуть, что полученное соотношение справедливо только в том случае, если скорость и давление в плоскости a (за исключением участка рабочей струи) равны в точности их значениям на бесконечности перед двигателем. Кроме того, мы здесь пренебрегаем внешним лобовым сопротивлением двигателя, которое всегда может быть учтено отдельно.

На некотором режиме работы реактивного двигателя давление в выходной струе равно давлению окружающего воздуха ($p_a = p_н$). Такой режим называют расчетным.

В расчетном случае реактивная тяга равна изменению количества движения газа, прошедшего через двигатель:

$$P_x = \frac{G_в}{g}(W_a - W_н) + \frac{G_г}{g} W_a. \qquad (79)$$

Однако в воздушно-реактивных двигателях второй член правой части мал, и им обычно пренебрегают[1], т. е. принимают для ВРД в расчетном случае[2]:

$$P_x = \frac{G_в}{g}(W_a - W_н). \qquad (80)$$

Тяга жидкостного реактивного двигателя, в котором не используется атмосферный воздух, определяется для расчетного режима по формуле:

$$P_x = \frac{G_г + G_0}{g} W_a, \qquad (81)$$

или в общем случае:

$$P_x = \frac{G_г + G_0}{g} W_a + (p_a - p_н) F_a. \qquad (82)$$

Здесь G_0 — секундный весовой расход окислителя.

Соотношения между весом горючего и весом окислителя могут быть различными. Для таких смесей, как, например, спирт и жидкий кислород, применявшихся в немецких ракетных снарядах V-2, весовые количества компонентов примерно одинаковы. В других случаях соотношение компонентов может быть иным (в зависимости от их химической природы).

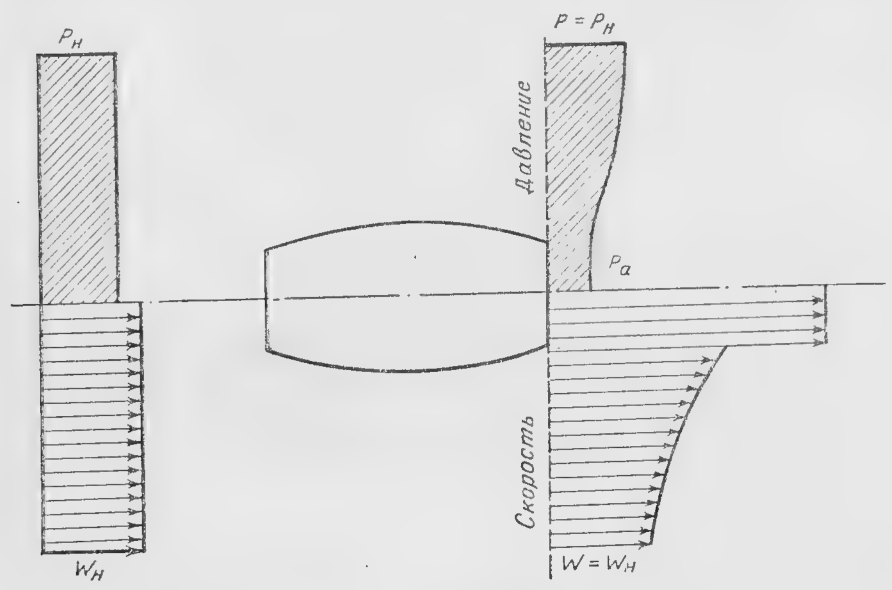
Рассмотрим теперь влияние на реактивную силу непостоянства давлений в плоскости выходного среза двигателя. Построим

---

[1] Весовая доля горючего в воздухе, проходящем через двигатель, не превышает одного-трех процентов $\left(\frac{G_г}{G_в} \approx 0{,}01 \div 0{,}03\right)$.

[2] Следует особо подчеркнуть, что величина $W_н$ есть скорость полета, а отнюдь не скорость во входном отверстии двигателя.

эпюру давлений и скоростей на срезе сопла (фиг. 23). Для простоты остановимся на случае дозвукового истечения. Можно, например, представить себе такое обтекание двигателя, при котором давление вблизи выходного среза будет пониженным, за счет чего местная скорость во внешнем потоке увеличится.



Фиг. 23. Распределение давлений и скоростей потока у выходного среза сопла

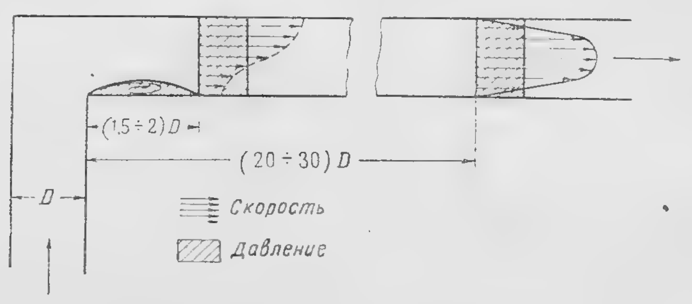
Давление внутри выхлопной струи будет примерно таким же, как и на ее границе. Для подсчета реактивной силы воспользуемся основным свойством неравномерных потоков, заключающимся в том, что неравномерность в распределении скоростей исчезает очень медленно, а давления выравниваются быстро.

Так, например, неравномерность в поле давлений, возникающая при повороте потока, выравнивается на расстоянии 1,5—2 диаметров прямой трубы за местом поворота, скорость же выравнивается на расстоянии 20—30 диаметров (фиг. 24). Этим свойством можно воспользоваться при подсчете тяги. Из опытов известно, что в плоскости b, отстоящей от среза сопла на расстоянии l, большем диаметра среза (фиг. 25), поле давлений уже будет равномерным.

Таким образом, несколько отойдя от среза сопла, мы попадаем в плоскость постоянного давления ($p_b = p_н$), в связи с чем можем определить реактивную тягу по известной формуле:

$$P = \frac{G_в}{g}(W_в - W_н).$$

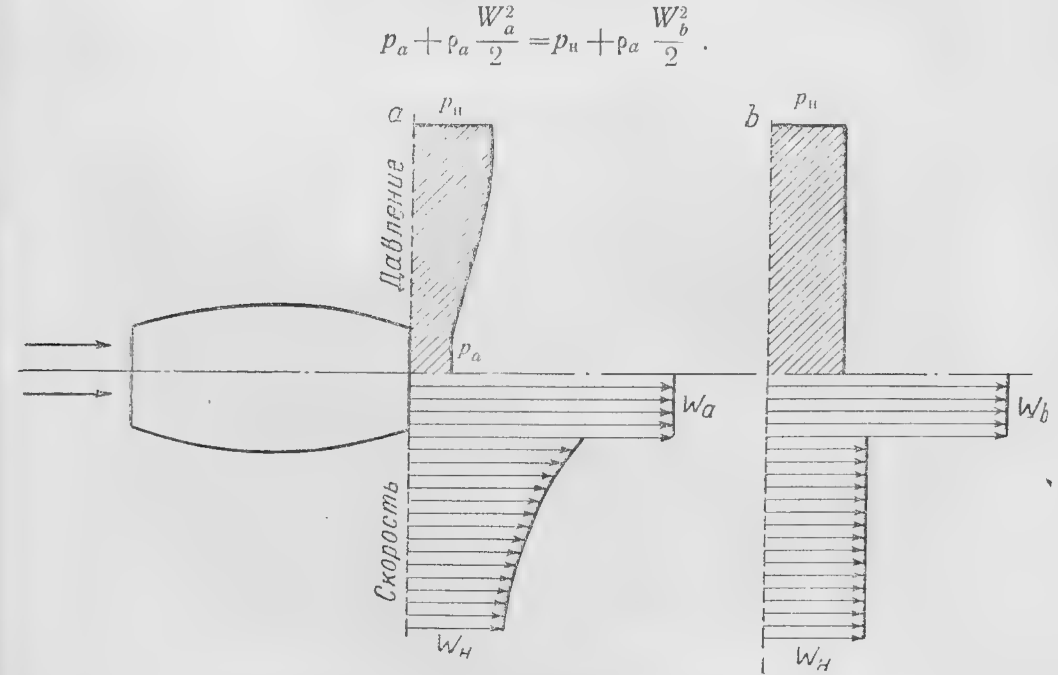
Остается только найти величину скорости $W_в$, которую будет иметь рабочая струя в плоскости b (фиг. 25). Для этого в случае дозвукового истечения можно воспользоваться уравнением Бернулли, не учитывая гидравлических и тепловых потерь, ибо как указывалось, участок струи, заключенный между плоскостями a и b, мал.



Фиг. 24. Распределение давления и скорости при повороте потока в цилиндрической трубе постоянного сечения

Рассмотрим в качестве примера случай малой скорости ($M \ll 1$). Тогда по уравнению Бернулли:

$$p_a + \rho_a \frac{W_a^2}{2} = p_н + \rho_a \frac{W_b^2}{2}.$$



Фиг. 25. Картина распределения давления и скорости за двигателем

При малой скорости разность давлений $(p_a - p_b)$ бывает невелика, вследствие чего мы и приняли плотность газа неизменной.

Итак:

$$p_a - p_н = \rho_a \frac{W_b^2 - W_a^2}{2},$$

откуда

$$W_b = W_a \sqrt{\frac{p_a - p_н}{\rho_a \frac{W_a^2}{2}} + 1}.$$

В большинстве случаев при дозвуковой скорости на срезе сопла устанавливается давление, очень близкое к атмосферному, и тогда полученную поправку в расчет не вводят. При сверхзвуковом истечении между плоскостями a и b может образоваться скачок уплотнения. В этом случае расчет поправки несколько сложнее, но также вполне доступен.

ГЛАВА III

ВЫХОДНОЕ СОПЛО

§ 1. Сопло Лаваля

В сопле Лаваля газовый поток преобразуется таким образом, что скорость истечения становится больше скорости звука:

$$M > 1; \qquad W_a > a.$$

Рассмотрим случай одномерного потока газа по соплу Лаваля. Уравнение неразрывности дает:

$$\frac{G}{g} = \rho W F = \text{const}.$$

Газ расширяется, т. е. движется по соплу с ускорением, поэтому при потоке малой скорости, когда плотность газа можно считать неизменной, необходимо уменьшать сечения. Этим обусловлено сужение начальной части сопла.

При дальнейшем расширении газа увеличение скорости будет сопровождаться заметным уменьшением давления и, следовательно, плотности газа, что частично компенсирует рост скорости, и поэтому сужать сечение канала нужно будет уже не так быстро.

Наконец, наступает такой момент, когда плотность расширяющегося газа изменяется обратно пропорционально скорости, и сечение в данном месте изменять не придется. Как известно, в этой части канала скорость потока равна скорости звука. Дальнейшее увеличение скорости будет сопровождаться еще более быстрым падением плотности, и для удовлетворения уравнению неразрывности нужно увеличивать сечение сопла.

Таким образом, сопло Лаваля, предназначаемое для получения сверхзвукового потока, должно состоять из сужающейся (дозвуковой) и расширяющейся (сверхзвуковой) частей (фиг. 26). В узком сечении сопла Лаваля (критическом сечении) скорость потока равна звуковой.

Нетрудно притти к этому же выводу и математическим путем. Для этого необходимо рассмотреть совместно уравнения неразрывности и Бернулли (без учета трения) в диференциальной форме:

$$d(\rho WF)=0, \qquad dp+\rho W dW=0.$$

кр

α

Фиг. 26. Сопло Лаваля

Разделим второе уравнение на ρW^2 и умножим и разделим первый его член на $d\rho$. Тогда получим:

$$\frac{1}{W^2}\frac{dp}{d\rho}\frac{d\rho}{\rho}+\frac{dW}{W}=0.$$

Из первого уравнения имеем:

$$FWd\rho+F\rho\, dW+\rho WdF=0,$$

или после деления на ρWF:

$$\frac{d\rho}{\rho}=-\frac{dF}{F}-\frac{dW}{W}.$$

Подставляя этот результат в первое уравнение и учитывая, что согласно равенству (19) производная давления по плотности равна квадрату скорости звука в газе, получим:

$$\left(\frac{W^2}{a^2}-1\right)\frac{dW}{W}=\frac{dF}{F}. \qquad (83)$$

Анализируя это равенство, можно заметить, что при расширении (ускорении) газа, когда $\frac{dW}{W}>0$, сечение сопла должно изменяться так, как указывалось выше, а именно:

если $W<a$, то $\frac{dF}{F}<0$ (сужение),

если $W=a$, то $\frac{dF}{F}=0$ (кризис),

если $W>a$, то $\frac{dF}{F}>0$ (расширение).

Таким образом, будут наблюдаться три режима:

$$\text{дозвуковой} \quad W < a_{кр},$$

$$\text{критический} \quad W = a_{кр},$$

$$\text{сверхзвуковой} \quad W > a_{кр}.$$

Следует отметить, что около критического сечения поток очень чувствителен к изменению поперечного сечения канала. Так, например, для изменения числа Маха на 10% (от $M=0{,}9$ до $M=1$) достаточно изменить площадь сечения на 1%, а для перехода от $M=0{,}95$ к $M=1$ — на 0,25%. По этой причине очень трудно поддерживать критический режим на достаточно протяженном участке прямой трубы (пограничный слой, образующийся за счет торможения газа у стенок, как бы сужает сечение струи; поэтому для поддержания скорости потока равной скорости звука, трубу необходимо несколько расширять или выпускать часть газа через отверстия в стенках).

Плотность, как уже отмечалось, с ростом скорости будет уменьшаться. В районе критического сечения сопла:

$$\frac{dF}{F}=0, \quad \text{т. е.} \quad F=\text{const}.$$

Итак, на этом участке уравнение неразрывности представляет собой гиперболу, а площадь поперечного сечения проходит через экстремум (минимум). Из соотношения (83) следует, что именно в узком сечении сопла Лаваля получается скорость потока, равная местной скорости звука.

Рассмотрим зависимость скорости от площади поперечного сечения сопла.

Для этого, пользуясь уравнением неразрывности, свяжем произвольное сечение сопла Лаваля с его минимальным сечением:

$$\rho W F=\rho_{кр} W_{кр} F_{кр},$$

отсюда

$$\frac{F}{F_{кр}}=\frac{\rho_{кр} W_{кр}}{\rho W}.$$

Однако $W=aM$ и $M_{кр}=1$, поэтому

$$\frac{F}{F_{кр}}=\frac{\rho_{кр}}{\rho}\,\frac{a_{кр}}{a}\,\frac{1}{M}.$$

Но, как известно:

$$\frac{a_{кр}}{a}=\left(\frac{T_{кр}}{T}\right)^{\frac{1}{2}}$$

и при идеальном процессе Пуассона:

$$\frac{\rho_{кр}}{\rho} = \left(\frac{T_{кр}}{T}\right)^{\frac{1}{k-1}};$$

следовательно:

$$\frac{F}{F_{кр}} = \left(\frac{T_{кр}}{T}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \frac{1}{M}.$$

На основании равенства (21b) имеем:

$$\frac{T_{кр}}{T} = \frac{1+\frac{k-1}{2}M^2}{1+\frac{k-1}{2}}.$$

Отсюда следует:

$$\frac{F}{F_{кр}} = \frac{\left(1+\frac{k-1}{2}M^2\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}}{\left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} M}. \tag{84}$$

Если принять для воздуха $k=1,4$, то получится:

$$\frac{F}{F_{кр}} = \frac{(1+0,2\,M^2)^3}{1,73M}. \tag{85}$$

Из этих формул видно, что потребное безразмерное значение площади сечения является функцией только числа M. Следует подчеркнуть, что все приведенные выражения справедливы только при отсутствии тепловых и гидравлических потерь, т. е. при изменении состояния газа по адиабате Пуассона.

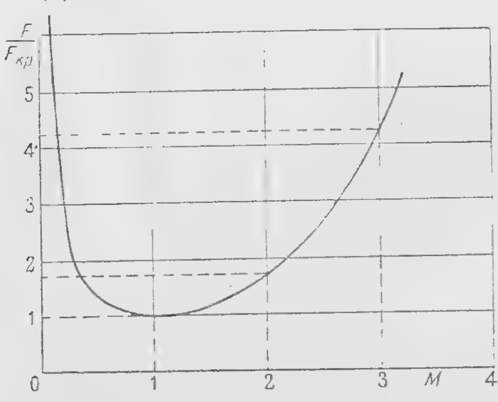
Если задается конфигурация сопла Лаваля, то можно указать, какое число Маха будет получено в любом сечении. Каждому значению числа Маха будет соответствовать определенная величина отношения $\frac{F}{F_{кр}}$.

При этом уравнение (84) имеет два решения; одному и тому же $\frac{F}{F_{кр}}$ будут соответствовать два числа Маха: одно при дозвуковой скорости и другое при сверхзвуковой.

Для входной части сопла, предшествующей критическому сечению, будут годны все „дозвуковые“ решения, а для выходной части — все „зазвуковые“. Однозначное решение получается только в критическом сечении $\left(\frac{F}{F_{кр}} = 1\right)$.

Кривая $\frac{F}{F_{кр}} = f(M)$, построенная по формуле (85), приведена на фиг. 27.

Давление и плотность газа при идеальном процессе Пуассона зависят однозначно от числа Маха и определяются формулами (44) и (46). Отсюда следует, что, выбрав произвольное сечение, мы получим в этом сечении определенное значение числа Маха, которому соответствуют определенные значения температуры, давления и плотности газа (с точностью до влияния пограничного слоя).



Фиг. 27. Зависимость безразмерной площади сопла Лаваля от числа Маха ($k = 1{,}41$)

Величина скорости в данном сечении сопла Лаваля зависит только от начальной температуры T_0 (скорости звука). Изменение начального давления p_0 на скорость не влияет, так как пропорционально ему изменяется и местное давление p, а их отношение остается неизменным; также остается неизменным и отношение температур:

$$\frac{T_0}{T} = \left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{k-1}{k}}.$$

Для получения на срезе сопла Лаваля определенного значения числа Маха необходимо соответствующим образом подобрать площадь сечения и, кроме того, надо иметь достаточный запас давления в камере перед соплом.

Другими словами, для достижения требуемого числа Маха на срезе сопла давление в камере должно в известное число раз превосходить давление окружающей среды.

Предположим, что давление в камере p_0 в процессе работы двигателя возросло; тогда на срезе сопла давление также увеличится, и газ будет истекать с избыточным давлением. Где-то за срезом сопла давление уравняется с атмосферным; избыток давления будет израсходован в струе на увеличение скорости, а так как для сверхзвукового потока увеличение скорости требует увеличения поперечного сечения струи, то струя будет как бы образовывать в пространстве расширяющееся сопло Лаваля.

Если же давление в камере по какой-либо причине понизится, то на срезе произойдет понижение давления, причем оно может

получиться ниже атмосферного; скорость истечения при этом не изменится, так как она является функцией только отношения площадей выходного и критического сечений сопла.

Таким образом, давление на срезе данного сопла не связано с давлением атмосферы, а зависит только от давления в камере и формы сопла.

Лишь в случае так называемого расчетного режима давление на срезе сопла равно атмосферному давлению:

$$p_a = p_н .$$

На нерасчетных режимах, когда давление на срезе больше или меньше атмосферного, должно происходить преобразование струи вне сопла. Уже отмечалось, что процесс преобразования давления в скорость в сверхзвуковом и в дозвуковом потоках протекает без существенных потерь, т. е. примерно при постоянной энтропии, и, следовательно, очень близок к идеальной адиабате Пуассона. Именно поэтому приведенные выше формулы расчета идеального сопла Лаваля дают хорошие результаты для реальных сопел.

Во многих случаях расчетные формулы упрощаются, если параметры состояния газа определяются в функции не числа Маха, а коэфициента скорости.

Удобство оперирования коэфициентом скорости связано с тем, что его знаменатель (критическая скорость) зависит только от температуры торможения, которая постоянна для любого участка потока с изолированным процессом.

Законы изменения температуры, плотности и давления газа в функции коэфициента скорости выражаются формулами (24), (48) и (47). Выведем выражение, связывающее площадь сечения сопла Лаваля с коэфициентом скорости.

Обратимся к уравнению неразрывности:

$$\frac{F}{F_{кр}} = \frac{\rho_{кр}\, a_{кр}}{\rho W} .$$

Подставляя сюда

$$W = \lambda\, a_{кр} \quad \text{и} \quad \frac{\rho_{кр}}{\rho} = \left(\frac{T_{кр}}{T}\right)^{\frac{1}{k-1}},$$

получим:

$$\frac{F}{F_{кр}} = \frac{1}{\lambda}\left(\frac{\frac{2}{k+1}}{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda^2}\right)^{\frac{1}{k-1}} . \qquad (86)$$

Выведем в заключение формулу для расчета секундного расхода газа в сопле Лаваля.

Удобнее всего найти расход газа по критическому сечению сопла:

$$G = g\rho_{кр} a_{кр} F_{кр}, \tag{87}$$

так как из выражений (24), (47) и (48) легче всего определить состояние газа в критическом сечении ($\lambda = 1$):

$$\left.\begin{aligned} &\frac{T_0}{T_{кр}} = \frac{k+1}{2}, \quad \frac{\rho_0}{\rho_{кр}} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{k-1}}, \\ &\frac{p_0}{p_{кр}} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}}, \quad \frac{a_0}{a_{кр}} = \sqrt{\frac{T_0}{T_{кр}}} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{1}{2}}. \end{aligned}\right| \tag{88}$$

В частности, для воздуха ($k = 1{,}4$) имеет место:

$$T_0 = 1{,}20\, T_{кр}, \quad \rho_0 = 1{,}58\, \rho_{кр}, \quad p_0 = 1{,}89\, p_{кр}, \quad a_0 = 1{,}10\, a_{кр}. \tag{89}$$

Заменяя с помощью соотношений (88) критические значения плотности и скорости звука в выражении (87) значениями, соответствующими состоянию торможения, т. е. состоянию в камере перед соплом, получим:

$$G = g\rho_0 a_0 F_{кр} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}$$

или на основании уравнения состояния и формулы (19):

$$G = \frac{p_0 F_{кр}}{\sqrt{T_0}} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} \left(\frac{kg}{R}\right)^{\frac{1}{2}}. \tag{90}$$

Итак, расход газа через сопло Лаваля зависит только от состояния газа в камере перед соплом.

Для воздуха ($k = 1{,}4$; $R = 29{,}23$) будем иметь следующую упрощенную формулу расхода:

$$G = 0{,}336 \frac{p_0 F_{кр}}{\sqrt{T_0}} \ кг/сек. \tag{91}$$

По формулам (90) и (91) производят подбор размеров критического сечения сопла Лаваля для заданного расхода и известного состояния газа перед соплом.

§ 2. Простое сопло

В тех случаях, когда скорость истечения из двигателя меньше критической, вместо сопла Лаваля применяют простой схо-

дящийся насадок—конфузор. Состояние газа и скорость течения в различных сечениях конфузора можно определять по тем же формулам, что и в случае сопла Лаваля. Однако поток в конфузоре имеет ряд особенностей, которые нельзя не учитывать.

Наиболее важно, что при дозвуковом режиме истечения давление в струе на срезе сопла практически равно давлению в окружающей среде (в обтекающем потоке), поэтому, в отличие от сопла Лаваля, в простом конфузоре скорость истечения определяется не его формой, а только давлением в камере перед конфузором. Таким образом, если известно давление в камере p_0, то при заданном давлении в плоскости выходного среза $p_н$ коэфициент скорости истечения определится непосредственно по формуле:

$$\lambda_a^2 = \frac{k+1}{k-1}\left[1 - \left(\frac{p_н}{p_0}\right)^{\frac{k-1}{k}}\right].$$

Величина скорости истечения будет:

$$W_a = \lambda_a a_{кр},$$

где критическая скорость зависит согласно (23b) только от температуры в камере перед соплом (температуры торможения):

$$a_{кр} = a_0 \sqrt{\frac{2}{k+1}} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} gRT_0}.$$

Расход газа в конфузоре найдем по уравнению неразрывности, применив его к выходному сечению:

$$G = g\rho_a W_a F_a.$$

Если использовать известные уже зависимости:

$$\frac{\rho_a}{\rho_0} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_a^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \text{ и } \frac{a_{кр}}{a_0} = \sqrt{\frac{2}{k+1}},$$

то получится:

$$G = g\rho_0 a_0 F_a \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{1}{2}} \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_a^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \lambda_a$$

или

$$G = \frac{p_0 F_a}{\sqrt{T_0}} \lambda_a \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_a^2\right)^{\frac{1}{k-1}} \left[\frac{2kg}{(k+1)R}\right]^{\frac{1}{2}}, \qquad (92)$$

причем величина λ_a предварительно вычисляется по формуле (53).

ГЛАВА IV

ДИФФУЗОР

§ 1. Диффузор при дозвуковой скорости полета

Работа диффузора зависит от отношения скорости полета к скорости во входном его отверстии. Рассмотрим сначала режим $W_н < a_н$, т. е. когда полет совершается с дозвуковой скоростью. Двигатель перемещается со скоростью $W_н$ и принимает в диффузор $G_в$ *кг/сек* воздуха, имеющего вдалеке перед двигателем удельный вес $\gamma_н$.

Можно представить себе такой случай, когда струя входит в диффузор без изменения своей конфигурации. Площадь поперечного сечения струи на бесконечности перед двигателем будет при этом равна площади входного отверстия диффузора F_e:

$$F_н = \frac{G_в}{\gamma_н W_н} = F_e.$$

Вообще же форма струи на входе в двигатель будет определяться отношением $\frac{F_н}{F_e}$.

В приведенном выше случае $F_н = F_e$, следовательно, $W_e = W_н$ и $p_e = p_н$ (фиг. 28-*б*), т. е. преобразования скорости и давления перед диффузором не будет.

Если мы начнем увеличивать расход воздуха через диффузор, струя будет изменять свою форму, поджимаясь перед входом, как показано на фиг. 28-*в*.

Изменение геометрии струи будет сопровождаться преобразованием скорости и давления:

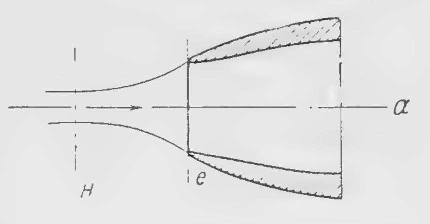
$$W_e > W_н \text{ и } p_e < p_н.$$

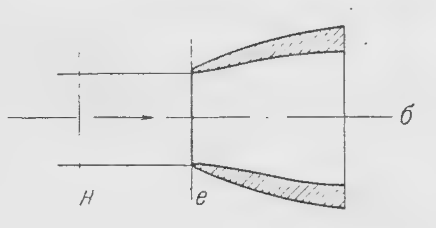
При уменьшении расхода воздуха струя, наоборот, будет „образовывать диффузор“ еще в атмосфере (перед двигателем), в связи с уменьшением скорости и повышением давления (фиг. 28-*а*).

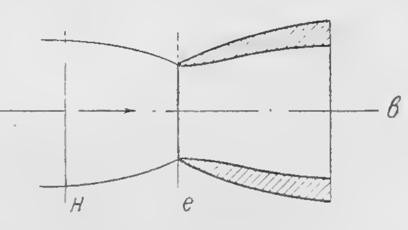
Изменяя размеры диффузора, мы можем получить любой из трех приведенных режимов работы. Таким образом, при постоян-

ном расходе воздуха геометрия потока перед двигателем будет зависеть от величины входного отверстия диффузора.

Реактивная тяга двигателя, как было показано выше, не зависит непосредственно от скорости на входе в диффузор. Однако изменение этой скорости влияет на работу двигателя косвенным образом: при разных условиях входа сопротивление двигателя, а, следовательно, и скорость истечения будут различными. Например, при длинном диффузоре с зауженным входным отверстием гидравлические потери будут повышенными.







Фиг. 28. Конфигурация струи, входящей в диффузор

Для рабочего процесса двигателя будет выгоден такой случай, когда поток подтормаживается еще перед диффузором, так как торможение струи перед диффузором будет итти без каких-либо потерь и собственное сопротивление диффузора будет уменьшаться вследствие понижения скорости на входе.

Необходимо, однако, заметить, что, кроме внутренних потерь, следует учитывать также внешнее лобовое сопротивление двигателя, с точки зрения которого укорочение диффузора будет невыгодным. Объясняется это тем, что при растекании потока перед носком двигателя струи подходят к его поверхности под большими углами атаки и может образоваться срыв на внешней поверхности носка (фиг. 29).

Для удовлетворения этих противоречивых требований отыскиваются оптимальные условия работы входного участка двигателя.

Опыты показывают, что для дозвукового ВРД оптимум лежит вблизи режима:

$$W_e = 0{,}5\, W_н\,.$$

Если бы в диффузоре потери отсутствовали, газ в любом его сечении имел бы одно и то же полное давление, равное (при дозвуковых скоростях полета) полному давлению в набегающей струе воздуха.

Наличие потерь нарушает это равенство, и полное давление в конце диффузора будет всегда пониженным:

$$p_{д0} < p_{н0}.$$

Статическое давление вдоль диффузора, наоборот, будет увеличиваться за счет уменьшения скорости.

Величину гидравлических потерь в диффузоре удобно выразить в долях скоростного напора в широком его сечении:

$$\Delta p_{д0} = p_{н0} - p_{д0} = \xi_д \rho_{д0} \frac{W_д^2}{2},$$

здесь $\xi_д$ — коэфициент гидравлического сопротивления диффузора.

Фиг. 29. Срыв струи при большом входном отверстии диффузора

Обычно потери в диффузоре относительно невелики:

$$\frac{\Delta p_{д0}}{p_{н0}} \ll 1.$$

Поэтому плотность заторможенного газа в диффузоре можно считать практически неизменяющейся:

$$\rho_{д0} \approx \rho_{н0}.$$

Следовательно, можно принять:

$$\Delta p_{р0} = \xi_д \rho_{н0} \frac{W_д^2}{2}.$$

Приведем эту формулу к безразмерному виду:

$$1 - \frac{p_{д0}}{p_{н0}} = \xi_д \frac{k}{\frac{kp_{н0}}{\rho_{н0}}} \frac{W_д^2}{2}.$$

Здесь

$$\frac{kp_{н0}}{\rho_{н0}} = a_{н0}^2 = \frac{k+1}{2} a_{кр}^2.$$

После соответствующей подстановки будем иметь:

$$\sigma_д = \frac{p_{д0}}{p_{н0}} = 1 - \frac{k}{k+1} \xi_д \frac{W_д^2}{a_{кр}^2}.$$

Заметим, что $\frac{W_д}{a_{кр}} = \lambda_д$ представляет собой коэфициент скорости в конце диффузора. В результате получим следующее вы-

ражение для коэфициента изменения полного давления в диффузоре:

$$\sigma_д = \frac{p_{д\,0}}{p_{н\,0}} = 1 - \frac{k}{k+1} \xi_д \lambda_д^2. \tag{93}$$

Сопротивление диффузора слагается из потерь на трение и на вихреобразование.

Вихревые потери, зависящие от угла раствора диффузора, играют главную роль. При малых углах раствора диффузора гидравлические потери невелики, но по мере увеличения угла они возрастают.

С ростом угла раствора зона вихрей перемещается от конца диффузора к его началу, и при больших углах вся стенка будет покрыта вихревой областью.

Многочисленные эксперименты, произведенные Гибсоном, привели к заключению, что вихревые потери в диффузоре можно оценивать, как смягченный удар Борда-Карно:

$$\Delta p_{д\,0} = \psi \Delta p_{уд},$$

где потери удара

$$\Delta p_{уд} = \rho \frac{(W_e - W_д)^2}{2},$$

ψ — коэфициент смягчения удара ($\psi < 1$).

Опыты Гибсона показали, что коэфициент смягчения ψ является функцией одного только угла раствора диффузора α. Соответствующая кривая для прямолинейного диффузора с круглым поперечным сечением дана на фиг. 30.

Большим углам раствора ($\alpha > 40°$) соответствует $\psi \geqslant 1$, т. е. смягчения удара нет. При угле $\alpha = 0$: $\psi = 0$, — удара нет.

Максимальное значение коэфициента смягчения удара ($\psi = 1{,}2$) достигается при угле $\alpha = 60°$. В этом случае потери будут даже больше, чем при внезапном растворении канала (когда $\psi = 1$). Объясняется это тем, что вихревая зона в прямом угле будет устойчивой, в то время как при наклонной стенке ($\alpha \approx 60°$) вихревая зона будет периодически смываться. Таким образом, дополнительные потери при таких углах будут обусловливаться затратами энергии на возобновление вихревой зоны.

Обычно применяют диффузоры с углами $\alpha = 6° \div 10°$. Этим значениям углов раствора соответствуют величины $\psi = 0{,}15 \div 0{,}20$. В этой области не наблюдается видимого отрыва струй от стенки диффузора.

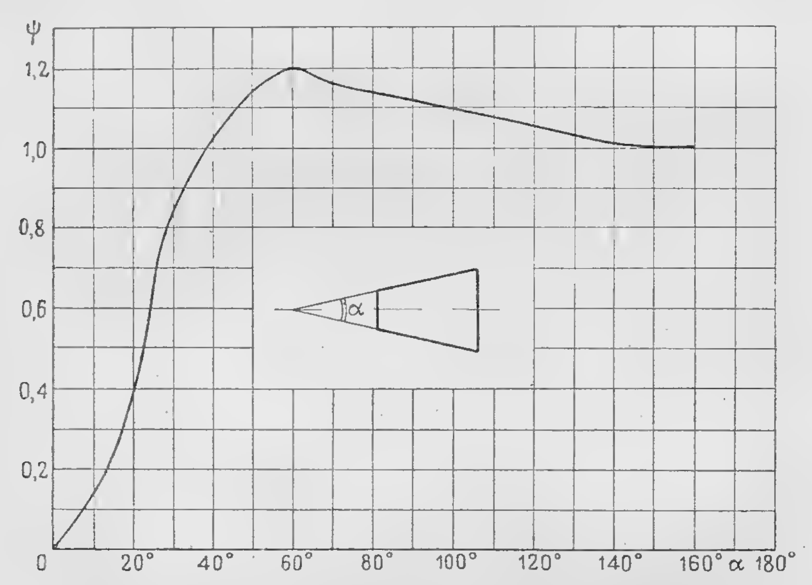
Если пренебречь изменением плотности воздуха в пределах диффузора, то получится

$$\frac{W_e}{W_д} = \frac{F_д}{F_e};$$

отсюда:

$$\xi_{д} = \frac{\Delta p_{д\,0}}{\rho_{н\,0} \frac{W_{д}^{2}}{2}} = \psi \left(\frac{F_{д}}{F_{e}} - 1 \right)^{2}. \qquad (94)$$

В качестве примера вычислим коэфициент потерь для диффузора с отношением поперечных сечений $\frac{F_{д}}{F_{e}} = 3$ при угле раствора $\alpha = 8°$.



Фиг. 30. Изменение коэфициента смягчения удара в зависимости от угла раствора в диффузоре круглого сечения

Можно принять для этого случая (с учетом трения):

$$\psi = 0{,}2.$$

Тогда

$$\xi_{д} = 0{,}2 \cdot 4 = 0{,}8,$$

$$\sigma_{д} = 1 - 0{,}44\,\lambda_{д}^{2}.$$

Коэфициент скорости в конце диффузора дозвукового ВРД обычно бывает порядка $\lambda_{д} = 0{,}2 \div 0{,}3$.

Тогда:

$$\sigma_{д} = 0{,}98 \div 0{,}96.$$

На расчете сопротивления трения мы останавливаться не будем, так как он достаточно подробно освещается в любом курсе гидравлики.

Влияние сжимаемости воздуха на работу диффузора мы не рассматривали ввиду того, что оно сказывается только на режимах, когда скорость входа в диффузоре близка к скорости звука:

$$\lambda_e > 0,7,$$

а в воздушно-реактивном двигателе обычно получается $\lambda_e < 0,7$.

Интересующихся этим вопросом можно отослать к работе К. С. Сцилларда[1].

§ 2. Прямые скачки уплотнения

В случае полета со сверхзвуковой скоростью ($W_н > a_н$) перед двигателем возникает ударная волна (скачок уплотнения), вызывающая значительные гидравлические потери.

Принципиально можно представить себе и плавный переход потока из сверхзвукового состояния в дозвуковое, осуществляемый посредством специального обратного сопла, установленного на входе в двигатель. При этом не было бы потерь полного давления. Однако торможение сверхзвукового потока таким способом осуществить пока не удается, в силу чего приходится мириться с существованием ударных волн и наличием соответствующего волнового сопротивления.

Обратимся к теории ударных волн. Многочисленные опыты показывают, что всякое повышение давления, возникшее в каком-либо месте газовой среды, распространяется в ней с большой скоростью во все стороны в виде волн давления. Слабые волны давления, как известно, движутся со скоростью звука; их изучением занимаются в акустике. Сильные волны давления, как видно из опытов, распространяются со скоростями, значительно бо́льшими, чем скорость звука. Основная особенность сильной волны давления заключается в том, что фронт волны получается очень узким, в связи с чем состояние газа (давление, плотность, температура) изменяется скачком[2].

Можно дать следующее качественное объяснение этого факта. Пусть в некоторой области (фиг. 31) произошло повышение давления и вначале волна получила плавную форму *1AB2*. На отдельных бесконечно узких участках волны величина давления возрастает незначительно, поэтому распространение такой волны происходит со скоростью звука.

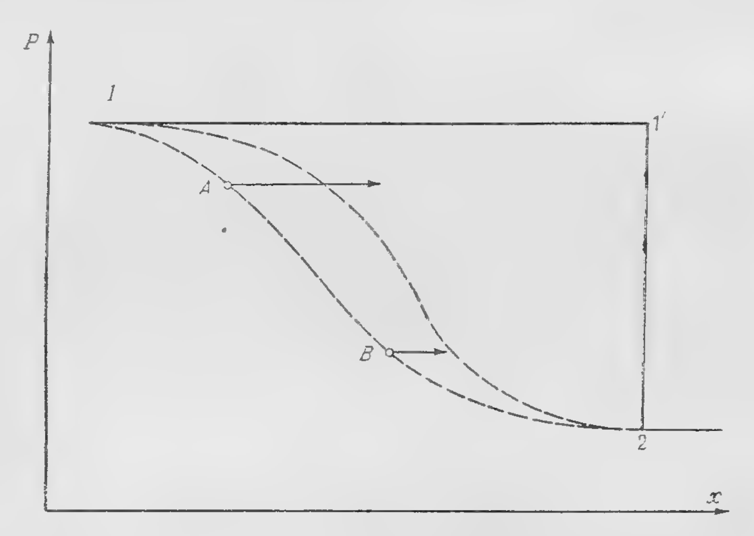
В области высоких сжатий (*A*) наблюдаются, естественно, более высокие температуры, чем в области малых сжатий (*B*),

---

[1] К. С. Сциллард. Исследование диффузоров при больших скоростях. Технические заметки ЦАГИ, 1938 г.

[2] Приближенная теория Прандтля гласит, что толщина области, в которой умещается сильная волна давления, должна быть порядка длины свободного пробега молекул.

в силу чего „вершина“ волны давления будет двигаться быстрее, чем ее „подножие“. Таким образом, если даже вначале волна давления является пологой, то со временем она становится все круче и круче; процесс этот может остановиться, и волна приобретает устойчивую форму только в тот момент, когда фронт волны станет совсем плоским (*1'—2*). Итак, волны сжатия распространяются как скачки давления (разрывы), в связи с чем их называют ударными волнами.

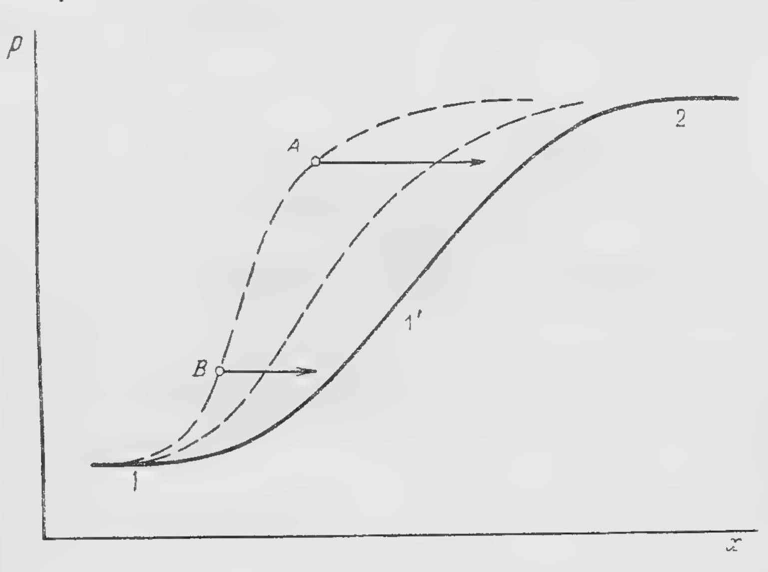


Фиг. 31. Схема образования волны сжатия

Посмотрим теперь, как распространяются в газе волны разрежения. Пусть в каком-либо месте произошло понижение давления и волна вначале имеет форму *1BA2* (фиг. 32). Волна разрежения будет перемещаться в сторону больших давлений, причем, как и в случае сжатия, скорость звука, равная скорости слабой волны, будет иметь более высокие значения в области больших давлений (*A*). Но при этом в точке *A* волна разрежения будет перемещаться быстрее, чем в точке *B*, вследствие чего фронт волны разрежения со временем растягивается, стремясь к форме типа *11'2* (фиг. 32). Иначе говоря, возникновение волны разрежения не должно приводить к образованию скачков разрежения.

Можно показать также, что в скачках сжатия происходит увеличение энтропии газа, а в скачках разрежения, если бы они существовали, энтропия должна была бы уменьшаться. Этим доказывается законность существования скачков давления и, одновременно, невозможность возникновения скачков разрежения (как известно из термодинамики, в замкнутой системе энтро-

пия убывать не может). В полном соответствии с этим находится тот известный факт, что наблюдаемые иногда в действительности скачки разрежения (скачок конденсации, фронт пламени) получаются только при условии подвода тепла в области скачка, т. е. в таких особых условиях, когда и при скачке разрежения энтропия газа растет.



Фиг. 32. Схема образования волны разрежения

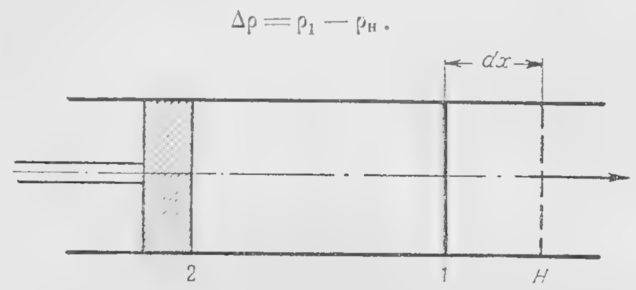
Нужно заметить, что возникновение скачков разрежения при подводе тепла к газу отнюдь не противоречит процессу, изображенному на фиг. 32.

В самом деле, если в области пониженных давлений (B) за счет подвода тепла получится температура выше, чем в области высоких давлений (A), то скорость звука у подножия волны будет выше, чем у вершины; в связи с этим со временем должна усилиться крутизна фронта волны, что приведет к образованию теплового скачка разрежения. В адиабатическом же случае, как уже указывалось, скачки разрежения существовать не могут.

Остановимся теперь на теории ударных волн более подробно. Представим себе, например, что под влиянием резкого смещения поршня (фиг. 33) в трубе возникла и распространяется слева направо сильная волна сжатия. Пусть за бесконечно малый промежуток времени фронт волны переместился на расстояние dx. Это значит, что в области $1-H$ за время $d\tau$ произошло повышение давления от величины $p_{н}$ (давление невозмущенного газа) до величины p_1 (давление за фронтом волны сжатия), в соответ-

ствии с чем в области $1—H$ должно наблюдаться повышение плотности газа на величину:

$$\Delta\rho = \rho_1 - \rho_н .$$



Фиг. 33. Схема распространения ударной волны

Однако это может произойти только в том случае, если некоторое количество газа, равное

$$dG = (\rho_1 - \rho_н)\, gFdx,$$

перетечет из объема $1—2$ в объем $H—1$ (здесь F—площадь поперечного сечения). Итак, при распространении сильной волны сжатия газ позади фронта волны должен находиться в движении, следуя в том же направлении, что и волна. Из уравнения неразрывности можно определить скорость газового потока ($W_п$):

$$dG = \rho_1\, gFW_п\, d\tau,$$

откуда

$$W_п = \frac{\rho_1 - \rho_н}{\rho_1} \frac{dx}{d\tau} .$$

Но производная пути по времени есть не что иное, как скорость движения волны:

$$W_в = \frac{dx}{d\tau} .$$

Отсюда получаем равенство, связывающее скорость распространения волны со скоростью газа, движущегося за фронтом волны в том же направлении:

$$W_в = W_п \frac{\rho_1}{\rho_1 - \rho_н} . \qquad (95)$$

Применяя к области $H—1$ теорему о количестве движения, можно получить второе соотношение между теми же величинами. В самом деле, за время $d\tau$ масса газа, заполнявшая объем $H—1$,

$$\rho_н Fdx$$

перейдет из состояния покоя в движение со скоростью $W_п$. Соответствующее изменение количества движения должно быть равно импульсу силы, вызванной разностью давлений, действующих в сечениях *1* и *Н*:

$$(p_1 - p_н) F d\tau = \rho_н F (W_п - 0)\, dx,$$

откуда скорость волны будет равна

$$W_в = \frac{dx}{d\tau} = \frac{p_1 - p_н}{\rho_н W_п}. \quad (96)$$

Подставив выражение для скорости газа из (95) в (96), получим скорость распространения волны сжатия, как функцию прироста давления и прироста плотности:

$$W_в = \sqrt{\frac{p_1 - p_н}{\rho_1 - \rho_н} \frac{\rho_1}{\rho_н}}. \quad (97)$$

В случае очень слабой волны, когда повышение давления (и плотности) получается незначительным:

$$\rho_1 \approx \rho_н, \quad p_1 \approx p_н,$$

будем иметь:

$$W_в = a = \sqrt{\frac{dp}{d\rho}}. \quad (98)$$

Но такая слабая волна является не чем иным, как акустической волной, поэтому выражение (98) представляет собой формулу для скорости звука.

Из сравнения равенств (97) и (98) видно, что скорость распространения сильной волны сжатия будет всегда выше скорости звука. Обычно распространение звука сопровождается столь незначительным изменением состояния газа, что энтропию можно считать практически постоянной, т. е. полагать, что при этом имеет место идеальный адиабатический процесс Пуассона:

$$\frac{p}{\rho^k} = \text{const}.$$

Но в этом случае

$$\frac{dp}{d\rho} = k \frac{p}{\rho}$$

или на основании уравнения Клапейрона для идеального газа $\left(\frac{p}{\rho} = gRT\right)$:

$$\frac{dp}{d\rho} = kgRT.$$

Отсюда получается уже применявшаяся выше формула (19) для скорости звука в идеальном газе:

$$a = \sqrt{\frac{kp}{\rho}} = \sqrt{kgRT}\,.$$

Подставляя выражение (97) в равенство (95), найдем формулу для скорости газового потока за фронтом волны сжатия:

$$W_{\text{п}} = \sqrt{\frac{(p_1 - p_{\text{н}})(\rho_1 - \rho_{\text{н}})}{\rho_1 \rho_{\text{н}}}}\,. \qquad (99)$$

Нетрудно видеть, что с ослаблением волны сжатия скорость движения газа падает.

В случае слабой (звуковой) волны газ за ее фронтом будет неподвижен, так как согласно равенству (99) при $p_1 \approx p_{\text{н}}$ и $\rho_1 \approx \rho_{\text{н}}$ получается $W_{\text{п}} = 0$. В действительности, как известно, звуковая волна состоит из правильно чередующихся областей сжатия и разрежения, причем газ за ее фронтом находится в очень слабом колебательном движении, а средняя поступательная скорость газовых частиц равна нулю.

Заметим теперь, что ввиду происходящего вытекания газа из области *1—2* (фиг. 33), расположенной позади фронта сильной волны сжатия, давление в этой области будет со временем убывать. По указанной причине ударная волна, возникшая в неподвижном газе под влиянием единичного сжатия (например, взрыва или смещения поршня), всегда более или менее быстро затухает. И только в том случае, когда источник возмущения не прекращает своего действия, можно получить незатухающую ударную волну. Например, при движении в газе с постоянной скоростью твердого тела перед последним может образоваться ударная волна постоянной интенсивности, которая движется с той же скоростью. Обнаруженное выше свойство ударных волн распространяться со скоростью бóльшей, чем скорость звука, приводит к тому, что незатухающие ударные волны образуются перед телом только в тех случаях, когда движение происходит со сверхзвуковой скоростью. Но зато в этих случаях ударные волны наблюдаются всегда.

Исследуем более детально изменение состояния в газе, получающееся при прохождении в нем ударной волны стационарного характера. Обратимся сначала к простейшей схеме, когда фронт волны составляет прямой угол с направлением распространения. Такая волна называется прямой ударной волной.

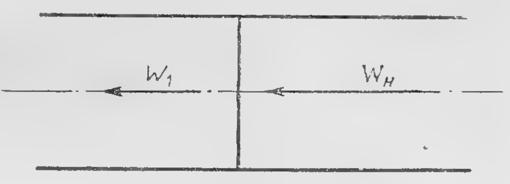
Ради удобств расчета выгодно обратить движение, т. е. остановить фронт волны, направив поток навстречу волне со скоростью, равной скорости распространения волны (фиг. 34):

$$W_{\text{н}} = W_{\text{в}}\,;$$

тогда относительная скорость газа за фронтом волны будет:

$$W_1 = W_в - W_п . \tag{100}$$

Остановив ударную волну встречным потоком газа, мы получили некоторую неподвижную поверхность, пересекая которую, все элементарные струйки газа одновременно претерпевают скачкообраные изменения скорости движения, плотности, давлений и температуры.



Фиг. 34. Схема прямого скачка уплотнения

Такая остановленная ударная волна получила название „скачка уплотнения". Скачки уплотнения можно наблюдать в сверхзвуковых аэродинамических трубах при обтекании воздухом неподвижных твердых тел.

Примем площадь поперечного сечения струи равной единице ($F = 1\ м^2$) и, пользуясь известными уравнениями газовой динамики, найдем связь между значениями скорости газа до и после скачка уплотнения (фиг. 34).

Уравнение неразрывности дает:

$$\rho_1 W_1 = \rho_н W_н .$$

Из уравнения количества движения получается:

$$p_1 - p_н = \rho_н W_н (W_н - W_1).$$

Силой трения мы пренебрегли, ввиду малости расстояния $1—Н$.

Сопоставляя эти уравнения, найдем:

$$p_1 - p_н = \rho_н W_н^2 - \rho_1 W_1^2 = W_1 W_н (\rho_1 - \rho_н),$$

откуда

$$\frac{p_1 - p_н}{\rho_1 - \rho_н} = W_1 W_н . \tag{101}$$

Если извне тепло не подводится, то теплосодержание, отвечающее состоянию полного торможения газа, остается постоянным. Теплоотдачей можно пренебречь, так как боковые поверхности области скачка $1—Н$ ничтожно малы. Поэтому из уравнения теплосодержания следует:

$$i_0 = c_p T_0 = c_p T_н + A \frac{W_н^2}{2g} = c_p T_1 + A \frac{W_1^2}{2g} = \text{const},$$

здесь T_0 — температура торможения.

Из этого уравнения имеем:

$$T_н = T_0 - \frac{A}{2gc_p} W_н^2.$$

Согласно уравнению состояния газа:

$$\frac{p_1}{\rho_1 T_1} = \frac{p_н}{\rho_н T_н} = gR,$$

следовательно,

$$T_0 = \frac{p_{0\,н}}{gR\rho_{0\,н}} = \frac{p_{01}}{gR\rho_{01}}\,,$$

здесь p_{01}, $p_{0\,н}$ — полное давление соответственно за и перед скачком уплотнения.

ρ_{01}, $\rho_{0\,н}$ — плотность газа, соответствующая полному торможению, в тех же сечениях.

Следовательно:

$$p_н = \rho_н \left(\frac{p_{0\,н}}{\rho_{0\,н}} - \frac{ARW_н^2}{2\,c_p} \right).$$

Из термодинамики известно уравнение Майера:

$$AR = c_p \frac{k-1}{k}\,,$$

поэтому:

$$p_н = \rho_н \left(\frac{p_{0\,н}}{\rho_{0\,н}} - \frac{k-1}{2\,k} W_н^2 \right). \qquad (102)$$

По аналогии получаем:

$$p_1 = \rho_1 \left(\frac{p_{0\,н}}{\rho_{0\,н}} - \frac{k-1}{2\,k} W_1^2 \right). \qquad (103)$$

Вычтя равенство (102) из равенства (103), будем иметь:

$$p_1 - p_н = (\rho_1 - \rho_н) \frac{p_{0\,н}}{\rho_{0\,н}} + \frac{k-1}{2\,k} (\rho_н W_н^2 - \rho_1 W_1^2),$$

откуда на основании (101) выводится:

$$\frac{p_1 - p_н}{\rho_1 - \rho_н} = \frac{2\,k}{k+1} \frac{p_{0\,н}}{\rho_{0\,н}}\,. \qquad (104)$$

Используем выражение (23b) для критической скорости:

$$a_{кр}^2 = \frac{2\,k}{k+1} gRT_0 = \frac{2\,k}{k+1} \frac{p_{0\,н}}{\rho_{0\,н}}\,.$$

Тогда найдем:

$$\frac{p_1 - p_н}{\rho_1 - \rho_н} = \frac{2\,k}{k+1} gRT_0 = a_{кр}^2. \qquad (105)$$

Наконец, сопоставляя равенства (101) и (105), приходим к следующему простому соотношению между скоростью газа до и скоростью после прямого скачка:

$$W_{н} W_1 = a_{кр}^2. \tag{106}$$

Этот закон для прямого скачка уплотнения впервые был получен Прандтлем в 1907 г.

Его можно привести к безразмерному виду, вводя коэфициенты скорости $\left(\lambda = \frac{W}{a_{кр}}\right)$:

$$\frac{W_{н}}{a_{кр}} \frac{W_1}{a_{кр}} = 1,$$

или

$$\lambda_{н} \lambda_1 = 1, \tag{107}$$

откуда видно, что в прямом скачке уплотнения всегда сверхзвуковая скорость газа переходит в дозвуковую, так как если $W_{н} > a_{кр}$, то $W_1 < a_{кр}$.

Одновременно можно заметить, что чем больше было значение коэфициента скорости перед скачком, тем меньше будет его значение после скачка, т. е. чем выше начальная скорость $W_{н}$, тем сильнее получается скачок уплотнения. С уменьшением начальной скорости скачок будет ослабевать и исчезнет совсем при $W_{н} \approx W_1 \approx a$.

Установим теперь связь между давлением и плотностью газа в скачке уплотнения. Для этого сложим равенства (102) и (103):

$$p_1 + p_{н} = (\rho_1 + \rho_{н}) \frac{p_{0\,н}}{\rho_{0\,н}} - \frac{k-1}{2k} (\rho_{н} W_{н}^2 + \rho_1 W_1^2).$$

Но из уравнения неразрывности следует, что

$$\rho_{н} W_{н}^2 + \rho_1 W_1^2 = W_{н} W_1 (\rho_1 + \rho_{н}).$$

Подставляя этот результат в предыдущее выражение, будем иметь:

$$\frac{p_1 + p_{н}}{\rho_1 + \rho_{н}} = \frac{p_{0\,н}}{\rho_{0\,н}} - \frac{k-1}{2k} W_{н} W_1,$$

откуда на основании (101) и (104) получаем известный закон Ка́рмана:

$$\frac{p_1 - p_{н}}{\rho_1 - \rho_{н}} = k \frac{p_1 + p_{н}}{\rho_1 + \rho_{н}}, \tag{108}$$

согласно которому отношение прироста давления к приросту плотности в прямом скачке уплотнения пропорционально отношению среднего давления к средней плотности. Отсюда, между

прочим, следует уже известный нам результат, что при бесконечно малом скачке уплотнения ($p_1 \approx p_н$, $\rho_1 \approx \rho_н$) получится:

$$\frac{dp}{d\rho} = k\,\frac{p}{\rho}\,.$$

Это совпадает с выводом, полученным выше для звуковых волн посредством идеальной адиабаты Пуассона.

Рассмотрим более детально термодинамический процесс изменения состояния газа в скачке уплотнения. Для этого представим соотношение Кармана (108) в несколько ином виде:

$$\frac{\rho_1 + \rho_н}{\rho_1 - \rho_н} = k\,\frac{p_1 + p_н}{p_1 - p_н}\,.$$

Разделим числитель и знаменатель в левой части этого равенства на величину $\rho_н$, а в правой на p_1:

$$\frac{\dfrac{\rho_1}{\rho_н} + 1}{\dfrac{\rho_1}{\rho_н} - 1} = k\,\frac{1 + \dfrac{p_н}{p_1}}{1 - \dfrac{p_н}{p_1}}\,.$$

Отсюда после несложных преобразований получается зависимость отношения $\frac{\rho_1}{\rho_н}$ от отношения $\frac{p_1}{p_н}$ в скачке уплотнения, получившая название ударной адиабаты Гюгоньо:

$$\frac{\rho_1}{\rho_н} = \frac{\dfrac{k+1}{k-1} + \dfrac{p_н}{p_1}}{1 + \dfrac{k+1}{k-1}\,\dfrac{p_н}{p_1}}\,. \qquad (109)$$

Существенной особенностью ударной адиабаты Гюгоньо является то, что при неограниченном возрастании давления в скачке уплотнения ($p_1 \to \infty$) увеличение плотности имеет совершенно определенный предел, который, как это видно из уравнения (109), равен

$$\left|\frac{\rho_1}{\rho_н}\right|_{max} = \frac{k+1}{k-1}\,. \qquad (110)$$

Например, для воздуха ($k = 1{,}4$) предельное увеличение плотности в скачке уплотнения не может быть более шестикратного:

$$\left|\frac{\rho_1}{\rho_н}\right|_{max} = 6.$$

При скачке уплотнения в обычных продуктах сгорания жидкостного реактивного двигателя ($k \approx 1{,}2$) может наблюдаться более сильное, но также ограниченное возрастание плотности:

$$\left|\frac{\rho_1}{\rho_н}\right|_{max} = 11.$$

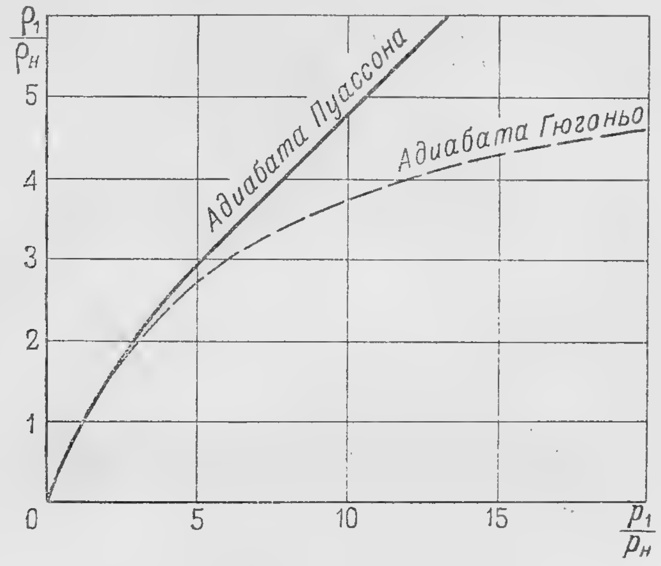
Следует подчеркнуть, что в отличие от ударной адиабаты Гюгоньо, в случае идеального адиабатического процесса Пуассона, в котором имеет место зависимость:

$$\frac{\rho_1}{\rho_н} = \left(\frac{p_1}{p_н}\right)^{\frac{1}{k}},$$

увеличение плотности с ростом давления будет неограниченным ($\rho_1 \to \infty$ при $p_1 \to \infty$).

Сравнение адиабат Гюгоньо и Пуассона произведено на фиг. 35.

Изменение давления и плотности газа в прямом скачке уплотнения можно представить в функции числа Маха перед скачком.



Фиг. 35. Сравнение ударной адиабаты Гюгоньо с идеальной адиабатой Пуассона

Из уравнения количества движения с учетом формулы для скорости звука (19) и уравнения неразрывности найдем:

$$\frac{p_1}{p_н} - 1 = kM_н^2\left(1 - \frac{\rho_н}{\rho_1}\right).$$

Если с помощью адиабаты Гюгоньо (109) заменить отношение $\frac{\rho_н}{\rho_1}$ его выражением через отношение $\frac{p_1}{p_н}$, то после некоторых преобразований получится:

$$\frac{p_1}{p_н} = \frac{2k}{k+1} M_н^2 - \frac{k-1}{k+1}. \qquad (111)$$

В частности для воздуха ($k = 1{,}4$) будет:

$$\frac{p_1}{p_н} = \frac{7}{6} M_н^2 - \frac{1}{6}. \tag{112}$$

При уменьшении скорости набегающего потока до критического значения ($M_н = 1$) скачок уплотнения вырождается ($p_1 = p_н$). В дозвуковом потоке, как уже указывалось выше, скачки уплотнения невозможны.

Вообще же повышение давления при прямом скачке уплотнения зависит только от значения числа Маха в набегающем потоке, причем с возрастанием $M_н$ давление увеличивается неограниченно ($p_1 \to \infty$ при $M_н \to \infty$). Подставив результат (111) в уравнение (109), нетрудно вывести зависимость плотности за прямым скачком уплотнения непосредственно от числа Маха в набегающем потоке:

$$\frac{\rho_1}{\rho_н} = \frac{\dfrac{k+1}{k-1}}{1 + \dfrac{1}{M_н^2} \dfrac{2}{k-1}}. \tag{113}$$

Из равенства (113) еще раз получаем, что даже при бесконечно большом значении числа Маха, плотность газа увеличивается в скачке не более, чем в $\frac{k+1}{k-1}$ раз.

В заключение заметим, что выведенное выше равенство (101) и уравнение неразрывности дают возможность представить скорость потока перед скачком, как следующую функцию возрастания давления и плотности:

$$W_н = \sqrt{\frac{p_1 - p_н}{\rho_1 - \rho_н} \frac{\rho_1}{\rho_н}}.$$

Но это есть уже известное выражение (97) для скорости распространения прямой ударной волны. Такой результат является вполне естественным, так как для того, чтобы остановить ударную волну, превратив ее в скачок уплотнения, следует направить газовый поток навстречу волне и сообщить ему скорость, равную скорости волны.

Если подставить результат (105) в последнее выражение, то получится особенно простая формула для скорости распространения прямой ударной волны:

$$W_н = a_{кр} \sqrt{\frac{\rho_1}{\rho_н}}. \tag{114}$$

Отсюда выводится весьма простая зависимость изменений плотности и скорости газа относительно фронта волны от коэфициента скорости распространения волны:

$$\frac{W_{н}}{W_{1}}=\frac{\rho_{1}}{\rho_{н}}=\lambda_{н}^{2}. \tag{115}$$

Подставляя выражение (114) в соотношение Прандтля (106), получаем новую формулу для относительной скорости газа за фронтом скачка:

$$W_{1}=a_{кр}\sqrt{\frac{\rho_{н}}{\rho_{1}}}. \tag{116}$$

Отсюда с помощью (110) обнаруживается, что коэфициент относительной скорости газа за скачком не может быть меньше некоторого определенного значения:

$$|\lambda_{1}|_{min}=\sqrt{\frac{k-1}{k+1}}. \tag{117}$$

Если перейти от скачка уплотнения к ударной волне, распространяющейся в неподвижном газе со скоростью $W_{в}=W_{н}$, то с помощью равенств (100), (114) и (116) можно будет определить абсолютную скорость, которую приобретает газ в следе за волной:

$$W_{п}=W_{н}-W_{1}=a_{кр}\left(\sqrt{\frac{\rho_{1}}{\rho_{н}}}-\sqrt{\frac{\rho_{н}}{\rho_{1}}}\right), \tag{118}$$

или на основании (115):

$$W_{п}=W_{н}\left(1-\frac{1}{\lambda_{н}^{2}}\right) \tag{119}$$

и в безразмерном выражении:

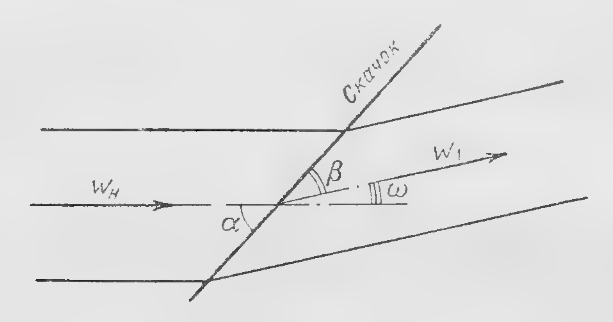
$$\lambda_{п}=\lambda_{н}-\frac{1}{\lambda_{н}}. \tag{120}$$

Согласно закону Прандтля (107), за ударной волной скорость газа относительно фронта волны получается всегда меньше звуковой ($\lambda_{1}<1$); на основании этого становится ясным, что всякое изменение давления, происходящее позади волны и распространяющееся со скоростью звука, может догнать фронт волны. Именно по этой причине описанное выше (фиг. 33) падение давления в следе за ударной волной, возникшей в неподвижном газе, приводит к ослаблению перепада давления на фронте волны и вызывает ее затухание.

§ 3. Косые скачки уплотнения

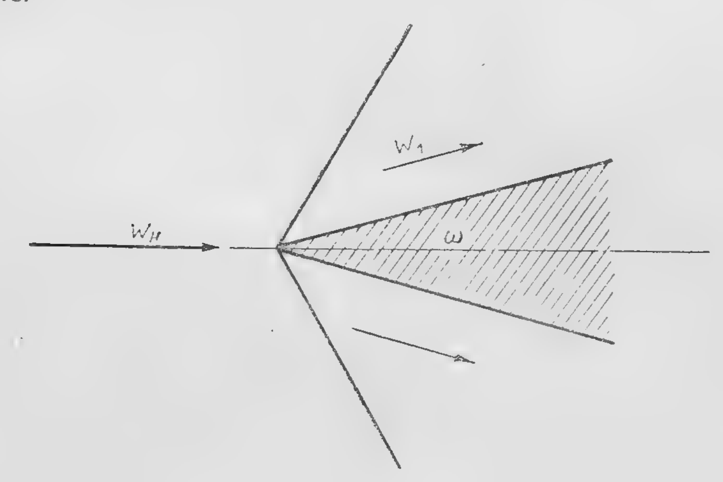
Характерной особенностью прямого скачка уплотнения, как можно было заметить, является то, что, пересекая его фронт, газовый поток не меняет своего направления, причем фронт

прямого скачка располагается нормально к направлению потока. Помимо прямых скачков уплотнения встречаются и так называемые косые скачки уплотнения. Фронт косого скачка располагается наклонно к направлению потока (фиг. 36). Косой скачок



Фиг. 36. Схема косого скачка уплотнения

получается в том случае, когда, пересекая фронт скачка, газ должен изменить свое направление. Например, при сверхзвуковом обтекании газом клиновидного тела (фиг. 37), которое отклоняет поток от начального направления на угол ω, перед телом образуются косые скачки уплотнения, сходящиеся на его носике.



Фиг. 37. Образование косого скачка уплотнения при обтекании клина

Таким образом, если до встречи струи с фронтом косого скачка вектор скорости $W_н$ составлял с ним угол α (фиг. 36), то после пересечения фронта струя отклоняется на угол ω,

а угол между вектором скорости и фронтом скачка становится равным

$$\beta = \alpha - \omega. \qquad (121)$$

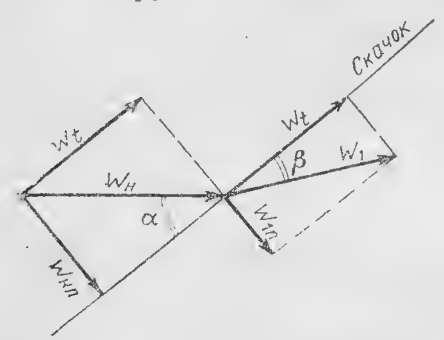
Разложим вектор скорости на два компонента, из которых один будет нормальным (W_n), а другой тангенциальным (W_t) к фронту скачка (фиг. 38). Нетрудно показать, что при пересечении струей фронта косого скачка нормальный компонент скорости уменьшается:

$$W_{1n} < W_{нn}, \qquad (122)$$

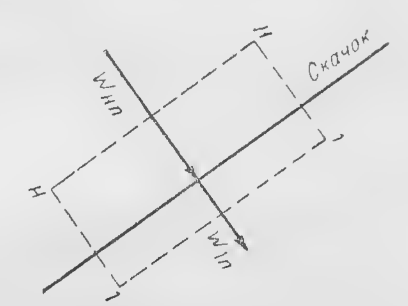
а тангенциальный компонент остается неизменным:

$$W_t = \text{const}. \qquad (123)$$

Обратимся для этого к фиг. 39, на которой нанесен прямоугольный контур $H11H$, охватывающий часть фронта косого скачка.



Фиг. 38. Кинематика потока при косом скачке уплотнения



Фиг. 39. Расчетная схема косого скачка уплотнения

Боковые поверхности контура ($H - 1$) проведены перпендикулярно к фронту, а торцевые ($H-H$ и $1-1$)—параллельно ему. Составим баланс количества движения для этого контура сначала в проекции на направление фронта. Ввиду того, что силы давления на обеих боковых поверхностях ($H-1$) одинаковы, соответствующая проекция количества движения остается неизменной, откуда и вытекает условие (123), указывающее на постоянство тангенциального компонента скорости. Если теперь составить баланс количества движения в проекции на направление $H-1$, перпендикулярное к фронту, то ввиду того, что на поверхностях $H-H$ и $1-1$ господствуют существенно разные давления, получится:

$$p_1 - p_н = \rho_н W_{нn}(W_{нn} - W_{1n}).$$

Давление в скачке уплотнения возрастает ($p_1 > p_н$), откуда следует условие (122), согласно которому нормальный компонент скорости в скачке уменьшается.

Приведенные соображения показывают, что косой скачок уплотнения сводится к прямому скачку, который сносится вместе с потоком газа вбок со скоростью W_t. В отличие от прямого скачка, в косом скачке претерпевает разрыв (скачкообразное уменьшение) не полная скорость газового потока, а только ее компонент, нормальный к фронту скачка. В самом деле, согласно уравнению неразрывности будем иметь:

$$\rho_1 W_{1n} = \rho_н W_{нn}.$$

Уравнение теплосодержания в адиабатическом случае (нет теплообмена) дает:

$$T_0 = T_н + \frac{A}{2gc_p} W_н^2 = T_1 + \frac{A}{2gc_p} W_1^2.$$

Однако ввиду того, что нами принята прямоугольная система координат, получается:

$$W_н^2 = W_{нn}^2 + W_t^2,$$

$$W_1^2 = W_{1n}^2 + W_t^2,$$

откуда

$$c_p T_0 - \frac{A}{2g} W_t^2 = c_p T_н + \frac{A}{2g} W_{нn}^2 = c_p T_1 + \frac{A}{2g} W_{1n}^2.$$

Введем новое понятие: „температура частичного торможения“, понимая под этим следующую величину:

$$T_n = T_н + \frac{A}{2gc_p} W_{нn}^2 = T_1 + \frac{A}{2gc_p} W_{1n},$$

т. е. температуру, которая получится не при полном торможении потока, а лишь при погашении нормальных к фронту скачка компонентов скорости. Как показывает это равенство, температура частичного торможения будет иметь одно и то же значение перед и за фронтом скачка, что вытекает из условия $W_t = \text{const}$.

Если присоединить к этим уравнениям еще и уравнение состояния

$$\frac{p_1}{\rho_1 T_1} = \frac{p_н}{\rho_н T_н},$$

то окажется, что косой скачок уплотнения управляется в точности теми же соотношениями, что и прямой скачок уплотнения (см. стр. 81—82), с той лишь разницей, что в первом случае вместо полных скоростей фигурируют нормальные к фронту скачка их компоненты, а вместо температуры полного торможения T_0 — температура частичного торможения T_n. По этой причине, не повторяя всех выкладок, которые были подробно при-

ведены в теории прямого скачка, можем написать сразу ряд промежуточных выражений. Например, вместо равенства (101) будем иметь:

$$\frac{p_1 - p_н}{\rho_1 - \rho_н} = W_{1\,n} W_{н\,n}. \qquad (124)$$

Соответственно, вместо равенства (105) получим:

$$\frac{p_1 - p_н}{\rho_1 - \rho_н} = \frac{2k}{k+1} gRT_n = a^2_{n\,кр}. \qquad (125)$$

Здесь $a_{n\,кр}$ — частичная критическая скорость, которая соответствует температуре частичного торможения T_n.

Сопоставляя равенства (124) и (125), обнаруживаем применимость закона Прандтля (106) к косому скачку уплотнения:

$$W_{1\,n} W_{н\,n} = a^2_{n\,кр}. \qquad (126)$$

Равенство (125) дает возможность связать полную критическую скорость [см. (105)] с частичной критической скоростью:

$$a^2_{кр} = \frac{2k}{k+1} gRT_0 = a^2_{n\,кр} + \frac{k-1}{k+1} W_t^2. \qquad (126a)$$

Отсюда с учетом (126) выводим основное кинематическое соотношение для косого скачка уплотнения:

$$W_{1\,n} W_{н\,n} + \frac{k-1}{k+1} W_t^2 = a^2_{кр}, \qquad (127)$$

когорое впервые было получено Т. Майером в 1910 г. В частном случае, когда косой скачок перерождается в прямой ($\alpha = 90°$, $W_t = 0$, $W_{н\,n} = W_н$, $W_{1\,n} = W_1$), из соотношения (126) получаем известный уже закон Прандтля (106). Переходя к коэфициентам:

$$\lambda_{1\,n} = \frac{W_{1\,n}}{a_{кр}}, \quad \lambda_{н\,n} = \frac{W_{н\,n}}{a_{кр}}, \quad \lambda_t = \frac{W_t}{a_{кр}},$$

придем в случае косого скачка к следующему безразмерному кинематическому соотношению:

$$\lambda_{1\,n} \lambda_{н\,n} + \frac{k-1}{k+1} \lambda_t^2 = 1, \qquad (127a)$$

которое аналогично равенству (107).

Повторяя в новых обозначениях соответствующие выкладки, проделанные прежде для случая прямого скачка, можно убедиться,

что закон Кармана (108) будет пригоден для косого скачка уплотнения без каких-либо изменений. Поэтому и ударная адиабата Гюгоньо применима к косому скачку уплотнения в точно том же виде (109), как и к прямому скачку.

По этой причине при одной и той же скорости набегающего потока косой скачок всегда бывает слабее прямого.

Увеличение давления в косом скачке уплотнения можно представить в функции числа Маха набегающего потока и угла α, который образует вектор скорости $W_н$ с фронтом скачка.

Из треугольника скоростей (фиг. 38) перед скачком имеем

$$W_{нn} = W_н \sin\alpha. \tag{128}$$

Подставим это выражение в уравнение импульсов $p_1 - p_н = \rho_н W_{нn}(W_{нn} - W_{1n})$ и разделим обе части последнего на величину $p_н$. Тогда, используя уравнение неразрывности и формулу для скорости звука (19), получим:

$$\frac{p_1}{p_н} - 1 = k M_н^2 \sin^2\alpha\left(1 - \frac{\rho_н}{\rho_1}\right).$$

Выразив с помощью уравнения ударной адиабаты (109) отношение $\frac{\rho_н}{\rho_1}$ через отношение давлений и подставив его в последнее уравнение, приходим к искомой зависимости:

$$\frac{p_1}{p_н} = \frac{2k}{k+1} M_н^2 \sin^2\alpha - \frac{k-1}{k+1}. \tag{129}$$

Интенсивность косого скачка уплотнения изменяется с изменением угла наклона его фронта к направлению набегающего потока. В одном предельном случае, когда косой скачок переходит в прямой ($\alpha = 90°$), увеличение давления будет максимальным. При этом равенство (129) принимает тот же вид, что и равенство (111), известное из теории прямого скачка уплотнения.

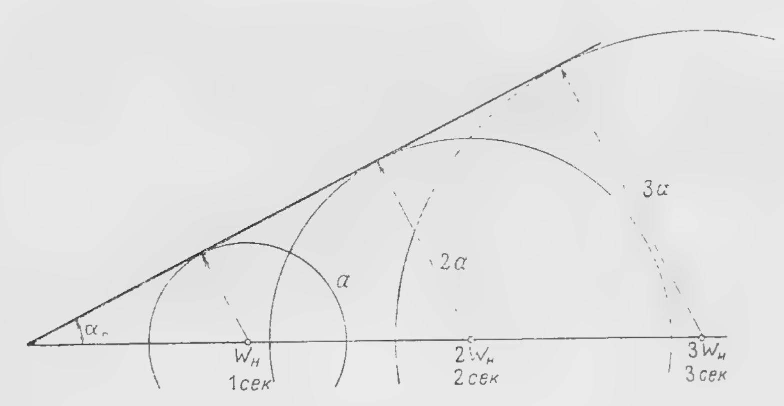
В другом предельном случае, когда угол наклона скачка к направлению потока перед ним определяется условием:

$$\sin\alpha_0 = \frac{1}{M_н}, \tag{130}$$

косой скачок вырождается в бесконечно слабую волну ($p_1 \approx p_н$).

Разъясним этот факт несколько более подробно. Пусть в некоторой точке 0 сверхзвукового газового потока произошло бесконечно малое возмущение (фиг. 40), вызвавшее незначительные колебания давления.

Слабая волна побежит из центра возмущения во все стороны со скоростью звука a. Через единицу времени ($\tau = 1$ *сек*) фронт волны будет представлять собой сферу радиуса $r = a$. Однако вся масса жидкости, в которой возникла волна, сносится по потоку со сверхзвуковой скоростью $W_н > a$. По этой причине слабые волны давления никогда не выйдут за пределы конуса, поверхность которого является огибающей для сферических волн. Образующая такого конуса носит название волны Маха, а угол α_0 между образующей и осью называют углом Маха.



Фиг. 40. Образование волн Маха

Этот угол, как видно из фиг. 40, определяется равенством:

$$\sin \alpha_0 = \frac{a}{W_н} = \frac{1}{M_н}.$$

Итак, фронт очень слабого косого скачка уплотнения (волны Маха) располагается по отношению к набегающему потоку под углом Маха α_0, который определяется равенством (130). Сильные возмущения, как было показано выше, распространяются со сверхзвуковой скоростью, в связи с чем фронт сильного скачка будет образовывать с набегающим потоком бóльший угол, чем волна Маха:

$$\alpha > \alpha_0.$$

Предельный диапазон углов для косого скачка уплотнения, как видно из приведенных выше данных, будет следующий:

$$90^\circ \geqslant \alpha \geqslant \alpha_0.$$

Подставим выражение (129) в уравнение ударной адиабаты Гюгоньо (109); тогда получим равенство, связывающее отношение

$\frac{\rho_1}{\rho_н}$ в случае косого скачка уплотнения с числом Маха набегающего потока и углом наклона скачка:

$$\frac{\rho_1}{\rho_н} = \frac{\frac{k+1}{k-1}}{1 + \frac{1}{M_н^2 \sin^2\alpha} \frac{2}{k-1}}. \tag{131}$$

Это равенство при $M_н = \frac{1}{\sin\alpha}$ дает $\rho_1 \approx \rho_н$, а в случае $\alpha = 90°$ переходит в соответствующее равенство (113) для прямого скачка уплотнения. Зная отношение значений плотности газа за и перед косым скачком, можно вычислить угол α, на который отклоняется поток в скачке (фиг. 36).

Из уравнения неразрывности имеем:

$$\frac{W_{n\,1}}{W_{n\,н}} = \frac{\rho_н}{\rho_1}.$$

В то же время по схеме потока в скачке (фиг. 38) получается:

$$\frac{W_{n\,1}}{W_{n\,н}} = \frac{\operatorname{tg}\alpha}{\operatorname{tg}\beta}. \tag{132}$$

Отсюда следует:

$$\operatorname{tg}\beta = \frac{\rho_н}{\rho_1}\operatorname{tg}\alpha, \tag{133}$$

или на основании равенства (131):

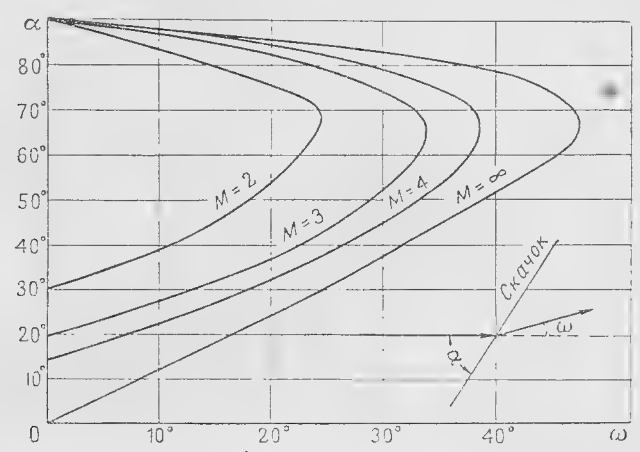
$$\operatorname{tg}\beta = \frac{k-1}{k+1}\left(1 + \frac{2}{k-1}\frac{1}{M_н^2 \sin^2\alpha}\right)\operatorname{tg}\alpha. \tag{134}$$

Но если известен угол между вектором скорости за скачком и фронтом последнего, то угол отклонения потока согласно выражению (121) будет равен:

$$\omega = \alpha - \beta.$$

Мы указали способ определения угла, на который отклоняется поток в скачке, когда положение фронта известно. Если, наоборот, задано определенное отклонение сверхзвукового потока, то в тех случаях, когда в результате отклонения величина скорости должна уменьшиться (например, при сверхзвуковом обтекании клина, изображенного на фиг. 37), возникает косой скачок уплотнения. При этом по формулам (121) и (133) может быть вычислен угол α, под которым расположится фронт скачка по отношению к потоку.

На фиг. 41 представлены кривые $\alpha = f(\omega)$, соответствующие четырем значениям числа Маха набегающего потока ($M_н = 2$; 3; 4; ∞), построенные для воздуха ($k = 1{,}4$). Как видим, каждому значению числа Маха отвечает некоторое предельное отклонение потока ($\omega = \omega_{max}$), выше которого нельзя получить ни при каком



Фиг. 41. Зависимость положения косого скачка от угла отклонения потока

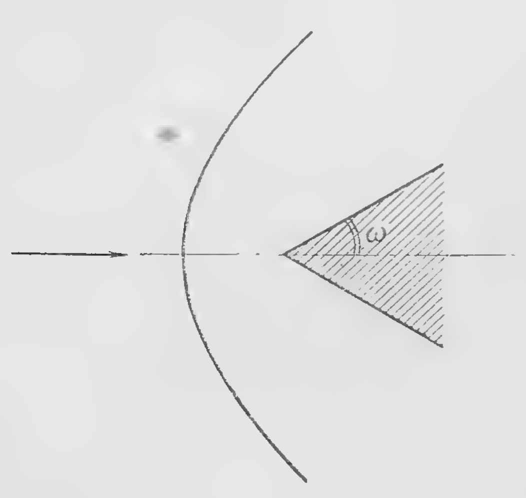
положении фронта скачка. Так, при $M_н = 2$ поток может быть отклонен не более, чем на угол $\omega_{max} = 25°$, при $M_н = 3$ — на $\omega_{max} = 34°$, при $M_н = 4$ — на $\omega_{max} = 39°$. Даже при бесконечно большой скорости ($M_н = \infty$) поток можно отклонить максимум на угол $\omega_{max} = 48°$. Наличие такого ограничения отклонения потока после скачков уплотнения является вполне естественным фактом, ибо как при бесконечно слабом скачке, т. е. волне Маха, так и при наиболее сильном — прямом скачке, угол отклонения потока становится равным нулю.

Из кривых фиг. 41 видно, что одному и тому же отклонению потока отвечают два положения фронта скачка. Исследование устойчивости движения газа за плоской ударной волной, проведенное Я. И. Левинсоном[1], показало, что из двух возможных положений скачка более устойчиво такое, при котором угол между направлением потока и фронтом скачка будет меньшим. Таким образом, на фиг. 41 более важны нижние ветви кривых, лежащие под точками максимумов. Нижнее пересечение каждой из кривых $\alpha = f(\omega)$ с осью ординат соответствует перерождению скачка в волну Маха, а получающийся при этом угол α_0 представляет собой угол Маха.

---

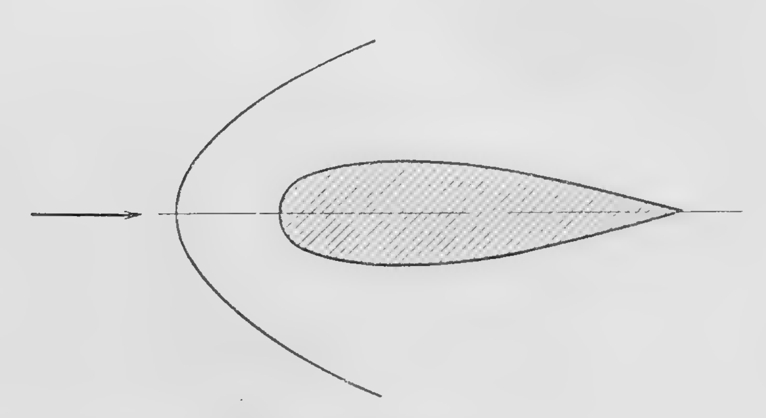
[1] Я. И. Левинсон. Устойчивость движения газа за плоской ударной волной. Изд. ВВА им. Жуковского, 1945 г.

Возможен случай сверхзвукового обтекания клина, у которого угол при вершине оказывается больше, чем можно допустить по фиг. 41. При этом не может осуществиться обтекание с плоским косым скачком уплотнения. Опыт показывает, что в таком случае образуется скачок уплотнения с криволинейным фронтом (фиг. 42), причем поверхность скачка размещается впереди, не соприкасаясь с носовой частью клина. В центральной своей части скачок получается прямым, но при удалении от оси симметрии переходит в косой скачок, который на больших расстояниях вырождается в волну Маха. Такая же форма скачка уплотнения наблюдается при сверхзвуковом обтекании тела, имеющего закругленную носовую часть (фиг. 43). Иногда бывает необходимо вычислить скорость потока после косого скачка уплотнения. Проще всего это сделать, пользуясь треугольниками скоростей (фиг. 38), из которых следует:



Фиг. 42. Скачок уплотнения при сверхзвуковом обтекании клина со слишком большим углом при вершине ($\omega > \omega_{max}$)

$$W_1 = \frac{W_t}{\cos\beta}, \quad W_t = W_n \cos\alpha.$$



Фиг. 43. Скачок уплотнения при сверхзвуковом обтекании тупоносого тела

Отсюда получаем:

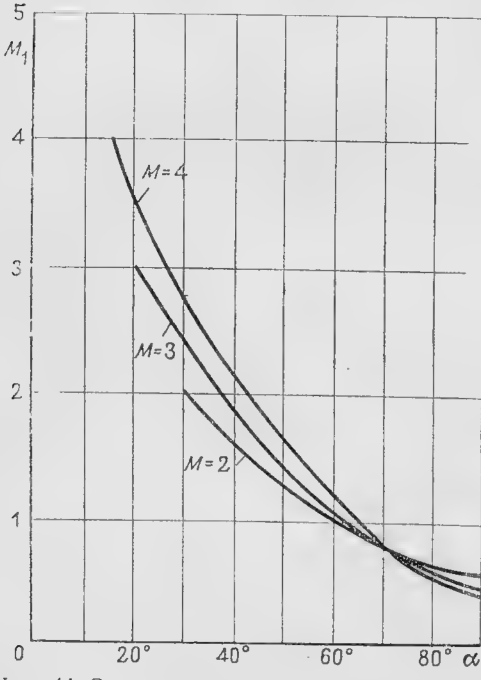
$$W_1 = W_н \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}, \tag{135}$$

или в безразмерных обозначениях:

$$\lambda_1 = \lambda_н \frac{\cos\alpha}{\cos\beta}. \tag{136}$$

Обращаясь к известной переходной формуле (27), можно найти соответствующее значение числа Маха за косым скачком:

$$M_1^2 = \frac{\frac{2}{k+1}\lambda_1^2}{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_1^2}.$$



Фиг. 44. Зависимость числа Маха за скачком уплотнения от положения фронта скачка

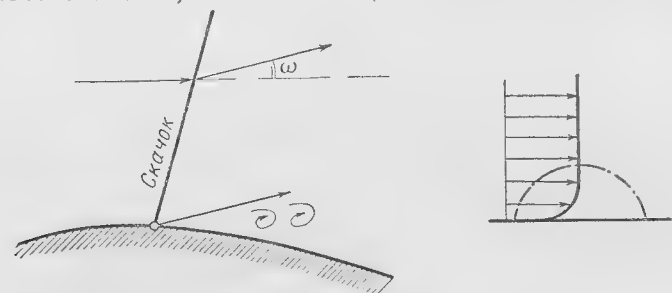
На фиг. 44 приведены кривые зависимости числа Маха за скачком уплотнения от положения фронта $M_1 = f(\alpha)$ — для трех значений числа Маха в набегающем потоке ($M_н = 2$; 3; 4).

Как видим, во всех трех случаях при углах наклона фронта $\alpha \leqslant 60^\circ$, скорость потока после косого скачка уплотнения оказывается сверхзвуковой. Крайняя левая точка каждой кривой отвечает режиму перехода косого скачка уплотнения в волну Маха; крайняя правая точка—в прямой скачок уплотнения.

Случай, когда образуется прямой скачок, является наиболее простым, так как при этом сразу получается дозвуковое течение. После косого скачка поток замедляется, но, как мы видели, может оставаться сверхзвуковым. В таком случае последующее торможение должно сопровождаться вторым скачком, который может быть как прямым, так и косым. В последнем случае может понадобиться еще один скачок. Итак, полнее торможение сверхзвукового потока требует либо одного прямого скачка,

либо системы из нескольких косых скачков, обычно завершаемой слабым прямым скачком.

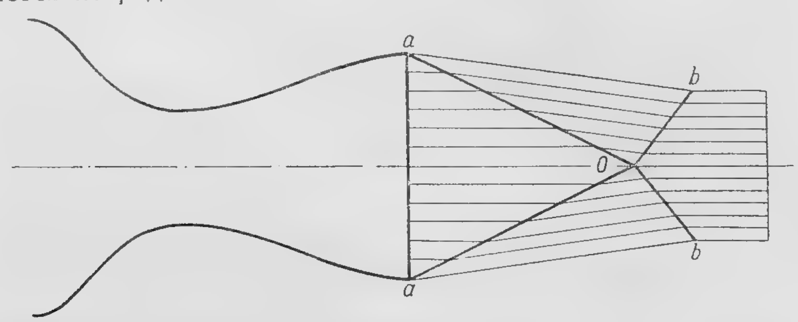
Можно представить себе такую систему скачков, в которой потери будут меньше, нежели в одном прямом скачке. Однако осуществить ее трудно. Объяснить это можно наличием интенсивных вихреобразований, вызываемых тем, что, проходя через фронт косого скачка, поток отклоняется от стенок сопла (фиг. 45).



Фиг. 45. Образование завихрений в пограничном слое за косым скачком уплотнения

Это способствует усилению отрыва пограничного слоя (отрыв возникает обычно при движении газа в сторону резкого повышения давления). При этом имеют место потери, которые снижают преимущества системы косых скачков и, в некоторых случаях, могут сделать ее невыгодной.

Сверхзвуковое истечение из сопла Лаваля в том случае, когда на срезе господствует давление ниже окружающего, осуществляется посредством сложной системы скачков.



Фиг. 46. Схема истечения из плоскопараллельного сопла Лаваля на режиме перерасширения

Рассмотрим, например, плоскопараллельную струю газа[1], вытекающую в среду большего давления (фиг. 46). От краев сопла

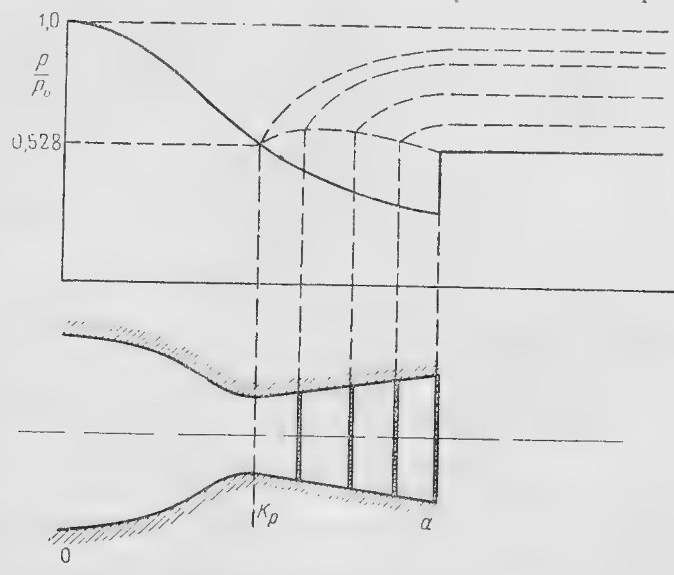
[1] Речь идет о сопле, поперечное сечение которого имеет форму вытянутого прямоугольника. Сверхзвуковое истечение из осесимметричного сопла менее изучено, и мы его рассматривать не будем.

будут отходить косые скачки уплотнения, встречающиеся на оси струи в точке 0. Элементарные струйки газа, пересекая фронт косого скачка (a—0), будут переходить в область атмосферного давления $p_н > p_a$. Отклонение струек от первоначального направления, происходящее при скачке, должно было бы привести к их столкновению на оси симметрии. В действительности происходит второй поворот струек, возвращающий их к первоначальному направлению; но это приводит к возникновению второй группы скачков ($0 - b$). Естественно, что если в областях $a0b$ господствует атмосферное давление, то правее линий $0—b$ (фиг. 46) получится давление выше атмосферного. Поэтому за второй линией скачков устанавливается такой же режим, как при истечении с избытком давления ($p_a > p_н$). Этот последний режим уже рассматривался выше в главе, посвященной соплу Лаваля. Чем меньше давление p_a на срезе сопла, тем больше получится угол между фронтом косого скачка и направлением потока. В пределе, при понижении давления на срезе (за счет падения давления в камере) до величины

$$p_a = \frac{p_н}{\frac{2k}{k+1} M_a^2 - \frac{k-1}{k+1}},$$

в выходном сечении сопла поместится один прямой скачок.

Если давление в камере будет еще ниже, то сверхзвуковое истечение станет невозможным, и скачок давления переместится



Фиг. 47. Кривые давлений при скачке уплотнения внутри сопла Лаваля

внутрь сопла Лаваля, т. е. осуществится в меньшем сечении (на меньшей скорости для данного сверхзвукового течения). В таком случае выходная часть сопла (за фронтом скачка) работает как обыкновенный дозвуковой диффузор.

С падением давления в камере скачок все ближе подходит к критическому сечению, одновременно становясь более слабым. Приблизившись вплотную к критическому сечению, скачок исчезнет; сопло Лаваля при этом превратится в трубку Вентури (фиг. 47).

Местоположение плоскости скачка определяется отношением давления в камере (перед соплом) к давлению в той среде, куда истекает газ. Следует отметить, что режимы, при которых скачки получаются внутри сопла Лаваля, встречаются редко. Обычно газ расширяется до выходного сечения сопла и вытекает со сверхзвуковой скоростью.

§ 4. Простой диффузор при сверхзвуковой скорости полета

Рассмотрим работу диффузора, имеющего обычную („дозвуковую") форму, при сверхзвуковой скорости. В случае сверхзвуковой скорости потока перед входом в такой диффузор обычно образуется скачок уплотнения с криволинейным фронтом (фиг. 48).

H

Фиг. 48. Сверхзвуковой поток перед ВРД с простым диффузором

В центральной части, т. е. в той, которую пересекает рабочая струя воздуха (поступающая внутрь двигателя), скачок должен быть прямым. Это вытекает из того, что рабочая струя сохраняет после скачка свое первоначальное направление. Таким образом, скорость в рабочей струе после скачка будет дозвуковой.

В зависимости от величины входного отверстия диффузора (F_e) имеет место то или иное соотношение между значениями скорости после скачка (W_1) и на входе в диффузор (W_e). Как и в случае дозвукового полета, возможны три случая (фиг. 28):

а) $W_1 > W_e$, т. е. поток между фронтом скачка и входом в диффузор тормозится,

б) $W_1 = W_e$, т. е. скорость после скачка и скорость на входе в диффузор одинаковы,

в) $W_1 < W_e$, т. е. поток между фронтом скачка и входом в диффузор ускоряется.

В случае (б) рабочая струя может войти в диффузор со сверхзвуковой скоростью, тогда скачок уплотнения получится уже внутри диффузора.

Принято считать, что в двигателе с простым диффузором (при сверхзвуковой скорости) торможение потока начинается с прямого скачка уплотнения. По закону Прандтля (106) имеем:

$$W_н W_1 = a_{кр}^2$$

или на основании (107):

$$\lambda_н \lambda_1 = 1.$$

Отсюда можно определить коэфициент скорости в рабочей струе за фронтом скачка (λ_1).

Температура торможения в рабочей струе ($T_{0\,н}$) найдется из равенства (24):

$$\frac{T_н}{T_{0\,н}} = 1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_н^2.$$

Критическая скорость, согласно выражению (23b), будет:

$$a_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} gRT_{0\,н}} = \sqrt{\frac{2k}{k+1}\frac{p_н}{\rho_н}\frac{1}{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_н^2}}\,.$$

Если последнее выражение и соотношение Прандтля (106) подставить в уравнение количества движения

$$p_1 - p_н = \rho_н W_н (W_н - W_1),$$

то будем иметь:

$$p_1 - p_н = \rho_н a_{кр}^2 (\lambda_н^2 - 1) = \frac{2k}{k+1} p_н \frac{\lambda_н^2 - 1}{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_н^2}\,,$$

откуда отношение $\frac{p_1}{p_н}$ в прямом скачке получится как следующая функция коэфициента скорости набегающего потока:

$$\frac{p_1}{p_н} = \frac{\lambda_н^2 - \frac{k-1}{k+1}}{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_н^2}\,. \tag{137}$$

Эту зависимость мы будем применять в дальнейшем вместо выведенной раньше зависимости (112). Полное давление в рабочей струе после скачка будет, очевидно, равно:

$$p_{01} = \frac{p_1}{\left(1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_1^2\right)^{\frac{k}{k-1}}} = \frac{p_1}{\left(1-\frac{k-1}{k+1}\frac{1}{\lambda_н^2}\right)^{\frac{k}{k-1}}}\,. \tag{138}$$

Полное давление перед скачком:

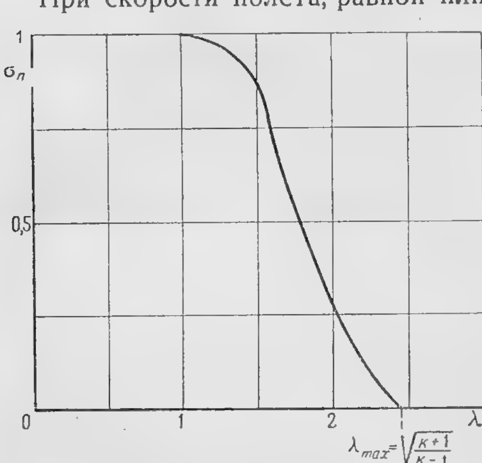
$$p_{0\,н}=\frac{p_н}{\left(1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_н^2\right)^{\frac{k}{k-1}}},$$

поэтому коэфициент давления, учитывающий волновое сопротивление (потери в прямом скачке), выражается следующим образом:

$$\sigma_п=\frac{p_{01}}{p_{0\,н}}=\lambda_н^2\left(\frac{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_н^2}{1-\frac{k-1}{k+1}\frac{1}{\lambda_н^2}}\right)^{\frac{1}{k-1}}. \qquad (139)$$

При скорости полета, равной или меньшей, чем скорость звука ($\lambda_н \leqslant 1$), волновое сопротивление исчезнет:

$$\sigma_п=1.$$



Фиг. 49. Зависимость коэфициента давления за прямым скачком уплотнения от коэфициента скорости

При бесконечно большой скорости полета $\left(\lambda_н^2=\frac{k+1}{k-1}\right)$ получается $\sigma_п=0$, однако при этом потери не поглотят всего первоначального запаса полного давления, так как другой множитель ($p_{0\,н}$) стремится к бесконечности. Кривая зависимости $\sigma_п=f(\lambda_н)$ для воздуха ($k=1{,}4$) приведена на фиг. 49.

Из равенств (139) и (24) можно получить формулу для определения плотности заторможенного газа после прямого скачка уплотнения:

$$\frac{\rho_{01}}{\rho_н}=\frac{\lambda_н^2}{\left(1-\frac{k-1}{k+1}\frac{1}{\lambda_н^2}\right)^{\frac{1}{k-1}}}. \qquad (140)$$

Поскольку поток в простом диффузоре будет дозвуковым даже при сверхзвуковой скорости полета ($\lambda_1<1$, $\lambda_e<1$), гидравлические потери в канале такого диффузора можно рассчитывать по формулам, которые были получены в § 1 настоящей главы.

Поэтому если для случая дозвуковой скорости потери полного давления при торможении рабочей струи определялись только внутренним сопротивлением диффузора $\sigma_д$, то для случая сверхзвуковой скорости эти потери будут включать и волновое сопротивление $\sigma_п$, т. е. будут соответствовать произведению коэфициентов давления в прямом скачке и в диффузоре

$$\sigma_п \sigma_д .$$

§ 5. Диффузор с косыми скачками уплотнения

Применяя диффузоры специальной формы, можно осуществлять, как показал Осватич[1], ступенчатое торможение сверхзвукового потока посредством различных систем косых скачков уплотнения. Так как за обычным косым скачком скорость остается сверхзвуковой, то для полного торможения потока нужно за последним косым скачком поместить прямой скачок или особый („сильный“) косой скачок, которые дают переход к дозвуковой скорости течения. На фиг. 41 сильные косые скачки отвечают верхним ветвям кривых $\alpha = f(\omega)$, лежащим выше максимумов. Из фиг. 44 видно, что фронт сильного косого скачка располагается по отношению к набегающему потоку под углом не менее 60°. Только при этом условии ($\alpha \geqslant 60°$) можно получить за фронтом косого скачка дозвуковую скорость потока ($M_1 < 1$).

Различные комбинации скачков исследованы в работе Г. И. Петрова и Е. П. Ухова[2]. Рассмотрим вопрос о сверхзвуковом диффузоре, используя результаты этой работы.

Обратимся сначала к наиболее простой схеме сверхзвукового диффузора, в которой торможение потока осуществляется посредством двух скачков: косого и прямого. В косом скачке происходит уменьшение сверхзвуковой скорости, а в прямом скачке пониженная сверхзвуковая скорость переводится в дозвуковую.

Обозначим коэфициент скорости невозмущенного потока через $\lambda_н$, коэфициент скорости за косым скачком через λ_1 и коэфициент скорости за прямым скачком через $\lambda_к = \frac{1}{\lambda_1}$.

Согласно уравнению импульсов прирост статического давления в косом скачке равен:

$$p_1 - p_н = \rho_н W_{н\,n} (W_{н\,n} - W_{1n}).$$

---

[1] R. Smelt. A critical Review of German Research on High-speed Airflow. JRAS № 432, December 1946.

[2] Г. И. Петров и Е. П. Ухов. Расчет восстановления давления при переходе от сверхзвукового потока к дозвуковому при различных системах плоских скачков уплотнения. Технические заметки НИИ-1, вып. 1, 1947.

Уравнение Т. Майера (126) связывает нормальные к фронту косого скачка компоненты скорости.

$$W_{\text{н}\,n}\,W_{1\,n}=a_{\text{кр}}^2-\frac{k-1}{k+1}\,W_t^2.$$

Подставляя уравнение (126) в уравнение импульсов и переходя к коэфициентам λ, получим:

$$p_1-p_{\text{н}}=\rho_{\text{н}}\,a_{\text{кр}}^2\left(\lambda_{\text{н}\,n}^2-1+\frac{k-1}{k+1}\,\lambda_t^2\right),$$

где, как известно,

$$\lambda_{\text{н}\,n}=\lambda_{\text{н}}\sin\alpha,\quad \lambda_t=\lambda_{\text{н}}\cos\alpha.$$

Однако

$$\frac{\rho_{\text{н}}}{p_{\text{н}}}=\frac{\dfrac{2k}{k+1}}{1-\dfrac{k-1}{k+1}\,\lambda_{\text{н}}^2}\cdot\frac{1}{a_{\text{кр}}^2}.$$

Отсюда отношение значений статического давления за и перед косым скачком уплотнения равно

$$\frac{p_1}{p_{\text{н}}}=\frac{\lambda_{\text{н}}^2\left[1-\dfrac{4k}{(k+1)^2}\cos^2\alpha\right]-\dfrac{k-1}{k+1}}{1-\dfrac{k-1}{k+1}\,\lambda_{\text{н}}^2}. \tag{141}$$

Выражение (141) при увеличении угла косого скачка до значения $\alpha=90°$ переходит в известное выражение (137), полученное выше для прямого скачка. Для воздуха ($k=1{,}4$) будем иметь:

$$\frac{p_1}{p_{\text{н}}}=\frac{\lambda_{\text{н}}^2\,(1-0{,}972\cos^3\alpha)-0{,}167}{1-0{,}167\,\lambda_{\text{н}}^2} \tag{142}$$

Отношение значений полного давления за и перед косым скачком является функцией коэфициентов скорости и может быть определено следующим образом:

$$\sigma_{\text{к}}=\frac{p_{01}}{p_{0\,\text{н}}}=\frac{p_{01}}{p_1}\,\frac{p_1}{p_{\text{н}}}\,\frac{p_{\text{н}}}{p_{0\,\text{н}}}, \tag{143}$$

где

$$\frac{p_{\text{н}}}{p_{0\,\text{н}}}=\left(1-\frac{k-1}{k+1}\,\lambda_{\text{н}}^2\right)^{\frac{k}{k-1}}, \tag{143a}$$

$$\frac{p_1}{p_{01}}=\left(1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_1^2\right)^{\frac{k}{k-1}}, \qquad (143b)$$

а отношение значений статического давления $\frac{p_1}{p_н}$ берется по формуле (141).

Таким образом, для расчета отношения значений полного давления $\sigma_к$ в косом скачке уплотнения нужно знать коэфициент скорости λ_1. Из треугольника скоростей за косым скачком следует:

$$\lambda_1^2=\lambda_{1\,n}^2+\lambda_t^2,$$

причем согласно (127):

$$\lambda_{н\,n}\,\lambda_{1\,n}=1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_t^2.$$

Из треугольника скоростей перед косым скачком получаем:

$$\lambda_{н\,n}=\lambda_н\sin\alpha,\ \ \lambda_t=\lambda_н\cos\alpha,\ \ \sin^2\alpha+\cos^2\alpha=1.$$

Отсюда выводится расчетная формула для коэфициента скорости за косым скачком уплотнения:

$$\lambda_1^2=\lambda_н^2\cos^2\alpha+\frac{\left(1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_н^2\cos^2\alpha\right)^2}{\lambda_н^2(1-\cos^2\alpha)}. \qquad (144)$$

Увеличение угла скачка до прямого ($\alpha=90^\circ$) приводит к известному соотношению (107) для прямого скачка:

$$\lambda_1=\frac{1}{\lambda_н}.$$

Формулы (141), (143) и (144) дают возможность рассчитать изменение полного давления в косом скачке уплотнения. Теперь, пользуясь выражениями (137) и (139), нетрудно определить изменение статического и полного давления в прямом скачке, расположенном за косым скачком. Для этого нужно только учесть, что коэфициент скорости перед прямым скачком есть λ_1:

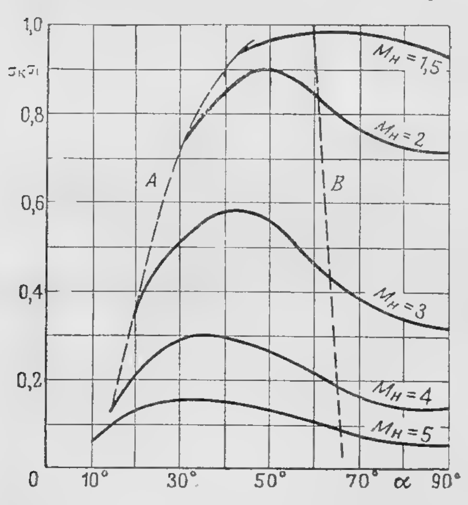
$$\frac{p_п}{p_1}=\frac{\lambda_1^2-\frac{k-1}{k+1}}{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_1^2}, \qquad (144a)$$

$$\sigma_п=\frac{p_{0\,п}}{p_{01}}=\lambda_1^2\left(\frac{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_1^2}{1-\frac{k-1}{k+1}\frac{1}{\lambda_1^2}}\right)^{\frac{1}{k-1}}, \qquad (144b)$$

Общее изменение полного давления в сверхзвуковом диффузоре, содержащем косой и прямой скачки, определяется произведением коэфициентов давления:

$$\sigma_к \sigma_п = \frac{p_{0п}}{p_{0н}}. \tag{145}$$

При изменении угла α между фронтом косого скачка и направлением невозмущенного потока отношения значений полного и статического давлений за и перед системой скачков изменяются.



Фиг. 50. Зависимость отношения значений полного давления за и перед системой из двух скачков (косой+прямой) от угла косого скачка

На фиг. 50 приведены кривые зависимости отношения значений полного давления за и перед системой скачков от угла косого скачка при различных значениях скорости невозмущенного потока ($M_н = \text{var}$ или $\lambda_н = \text{var}$), вычисленные для диффузора с двумя скачками (косой + прямой). Каждому значению числа Маха (фиг. 50) отвечает некоторый угол косого скачка (α_{opt}), при котором восстановление полного давления в диффузоре достигает максимума; чем меньше скорость потока, тем ближе оптимальный угол к прямому.

Пунктирной линией A соединены точки, в которых косой скачок вырождается в волну Маха; в этом случае система будет состоять из одного прямого скачка. Пунктирной линией B соединены точки, правее которых скорость за косым скачком будет дозвуковой. Иначе говоря, ветвь каждой кривой, лежащая правее линии B, отвечает сильному косому скачку, позади которого не будет прямого скачка.

При $\alpha = 90°$ сильный косой скачок переходит в прямой скачок. В силу изложенного на каждой из кривых величины $\sigma_д$ при $\alpha = 90°$ и при $\alpha = \alpha_0$ (угол Маха) получаются одинаковыми.

Из фиг. 50 видно, что превосходство системы: косой скачок плюс прямой скачок перед одним прямым скачком становится существенным только при $M_н \geqslant 2$. В случае $M_н = 2$ оптимальное восстановление полного давления в системе двух скачков составляет $\sigma_к \sigma_п = 0{,}91$ (при $\alpha_{opt} = 50°$), тогда как один прямой скачок дает 0,72, т. е. на 27% меньше.

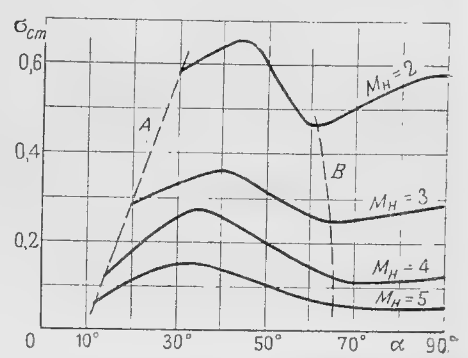
При $M_н = 3$ получается соответственно $\sigma_к \sigma_п = 0{,}68$ ($\alpha_{opt} = 43°$) и для одного прямого скачка 0,33 ($\alpha = 90°$), т. е. два скачка дают более чем двойной выигрыш в полном давлении.

При дальнейшем увеличении скорости набегающего потока преимущество двух скачков еще значительнее.

Рассмотрим вопрос об увеличении статического давления в системе из двух скачков. Выразим статическое давление за прямым скачком в долях от полного давления набегающего потока:

$$\sigma_{\text{ст}} = \frac{p_{\text{п}}}{p_{0\,\text{н}}} = \frac{p_{\text{п}}}{p_1}\,\frac{p_1}{p_{\text{н}}}\,\frac{p_{\text{н}}}{p_{0\,\text{н}}}. \tag{146}$$

По формулам (142), (143а) и (144а) можно определить коэфициент статического давления $\sigma_{\text{ст}}$ для любого конкретного случая. В частности, по этим формулам рассчитаны кривые фиг. 51, выражающие зависимость коэфициента статического давления за системой из двух скачков в функции угла косого скачка для четырех значений скорости набегающего потока ($M_{\text{н}} = 2$; 3; 4; 5). В области, лежащей между пунктирными линиями A и B, которая отвечает существованию обоих скачков (косого и прямого), кривые статических давлений имеют тот же характер, что и кривые полных давлений.



Фиг. 51. Зависимость отношения статического давления за системой из двух скачков (косой+прямой) к полному давлению перед системой от угла косого скачка

Часть графика правее пунктирной линии B относится к случаю одного сильного косого скачка; здесь кривые статических давлений существенно отличаются от кривых полных давлений и с ростом угла косого скачка полное давление за ним падает, а статическое давление растет. Это связано с тем, что скорость за сильным косым скачком получается выше, чем за прямым скачком.

По этой причине потери в дозвуковой части диффузора при сильном косом скачке будут выше, чем при прямом скачке. Итак, торможение сверхзвукового потока посредством одного сильного косого скачка, повидимому, будет невыгодно из-за недостаточного восстановления полного давления и повышенного сопротивления дозвуковой части диффузора.

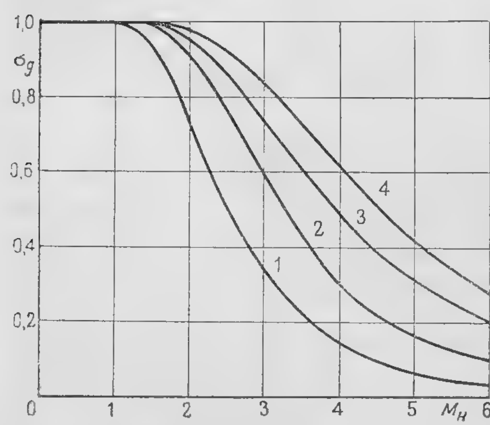
Поэтому практическое значение имеют только области фиг. 50 и 51, лежащие между пунктирными линиями A и B. Как нетрудно видеть, максимум статического давления получается при несколько меньших углах косого скачка, нежели максимум полного давления. Возникает вопрос: какой из этих двух режимов целесообразнее осуществить в сверхзвуковом диффузоре? Г. И. Петров и Е. П. Ухов в цитированной выше работе справедливо указывают, что диффузор должен работать лучше на режиме макси-

мума статического давления, так как при этом скорость, а следовательно, и потери в дозвуковой части диффузора получатся меньше; потери же полного давления в скачках на режимах обоих максимумов примерно одинаковы, ибо кривые полного давления в области этих режимов пологи.

Мы рассмотрели подробно систему из двух скачков. Применяя сложные системы, состоящие из трех, четырех и большего числа скачков, можно, повидимому, получить лучшие результаты, чем в двухскачковой системе. Расчет любой системы плоских скачков уплотнения производится с помощью формул (142) и (146).

Г. И. Петров и Е. П. Ухов отыскивают оптимальные режимы для сложной системы скачков путем последовательного расчета. Сначала рассчитывается система из трех скачков (два косых и завершающий прямой). При этом определяются коэфициент скорости (или число Маха) и давление за первым косым скачком при различных углах наклона его фронта и, на основе уже имеющихся данных, для каждого значения коэфициента скорости за первым скачком подбирается оптимальная система из остальных двух скачков (косой + прямой).

В результате получаются кривые $\delta_д = f(\alpha)$ или $\delta_{ст} = f(\alpha)$, аналогичные приведенным на фиг. 50 и 51; по ним устанавливают оптимальные режимы для системы из трех скачков. Таким же способом можно найти оптимальные режимы для системы из четырех скачков (три косых + прямой). Для этого нужно вести расчет при различных положениях первого косого скачка, подбирая к каждому его положению (по значению скорости за первым скачком) оптимальную систему из трех скачков. Таким же последовательным расчетом можно определить оптимальные режимы для любого заданного числа скачков.



Фиг. 52. Зависимость оптимального восстановления полного давления в различных системах скачков уплотнения от числа Маха в набегающем потоке

На фиг. 52 приведены кривые оптимальных отношений полного давления за системой скачков к полному давлению перед ней в зависимости от числа Маха перед системой для случаев:

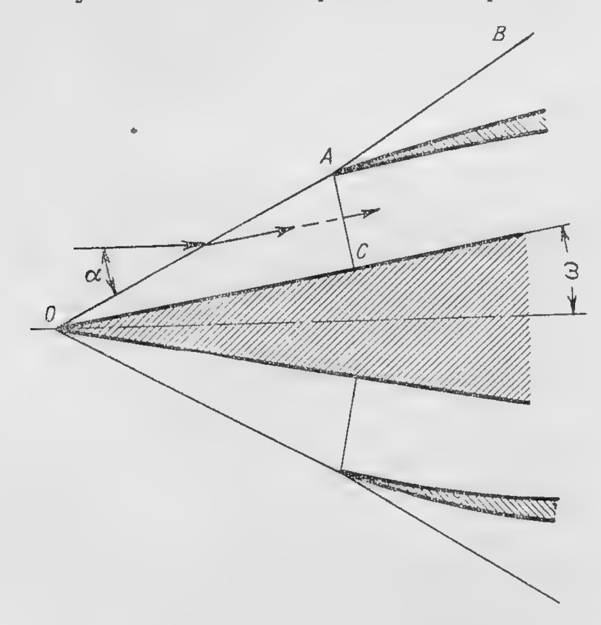
1) прямой скачок,
2) косой скачок + прямой скачок,
3) два косых скачка + прямой скачок,
4) три косых скачка + прямой скачок.

Оптимальные режимы получены описанным способом и соответствуют максимальному восстановлению полного давления.

Из фиг. 52 видно, что сложные системы скачков могут дать большой эффект лишь при очень высокой скорости. Так, при $M_н < 1{,}5$ хорошие результаты дает один прямой скачок, и более сложные системы в этой области скоростей не требуются. При $M_н \leqslant 2$ целесообразно применять двухскачковую систему (косой + прямой). Преимущества четырехскачковой системы (три косых + прямой) становятся существенными при $M_н \geqslant 3$.

Выше рассматривались различные системы скачков уплотнения вне зависимости от конфигурации диффузора, которая необходима для того, чтобы осуществить нужную систему. Полученные выше результаты применимы непосредственно к диффузорам плоскопараллельной формы и, с незначительными изменениями, к диффузорам осесимметричным.

Принципиальная схема плоскопараллельного диффузора с двумя скачками уплотнения изображена на фиг. 53. Для того, чтобы получить первый косой скачок с нужным углом наклона α, следует устроить клинообразный выступ, отклоняющий поток на угол ω, который для заданного значения $M_н$ подбирается по фиг. 41.

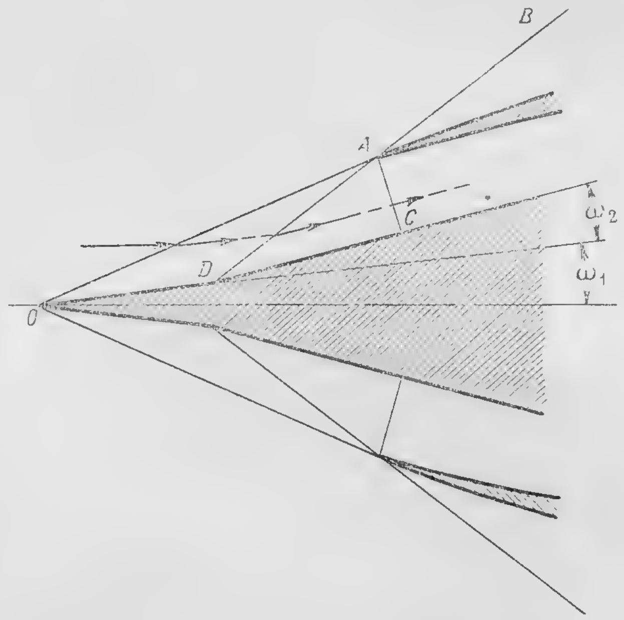


OA—1-й косой скачок, *CA*—прямой скачок, *AB*—косой скачок внешнего обтекания

Фиг. 53. Схема плоского диффузора с двумя скачками

Наличие клина не нарушит внешнего обтекания диффузора, если расстояние OC выбрано из условия встречи фронта скачка OA с кромкой входного отверстия. Площадь входного отверстия диффузора должна быть рассчитана так, чтобы скорость потока в нем равнялась скорости за прямым скачком. В этом случае прямой скачок поместится в плоскости CA и не будет влиять на внешнее обтекание диффузора.

На фиг. 54 изображена принципиальная схема диффузора с тремя скачками уплотнения. В этом случае поверхность клина должна иметь излом. Угол отклонения невозмущенного потока ω_1 и угол вторичного отклонения ω_2 подбираются попрежнему по кривым фиг. 41 в соответствии с заданными углами наклона первого (α_1) и второго (α_2) косых скачков и с учетом скоростей перед первым ($M_н$) и перед вторым (M_1) скачками.



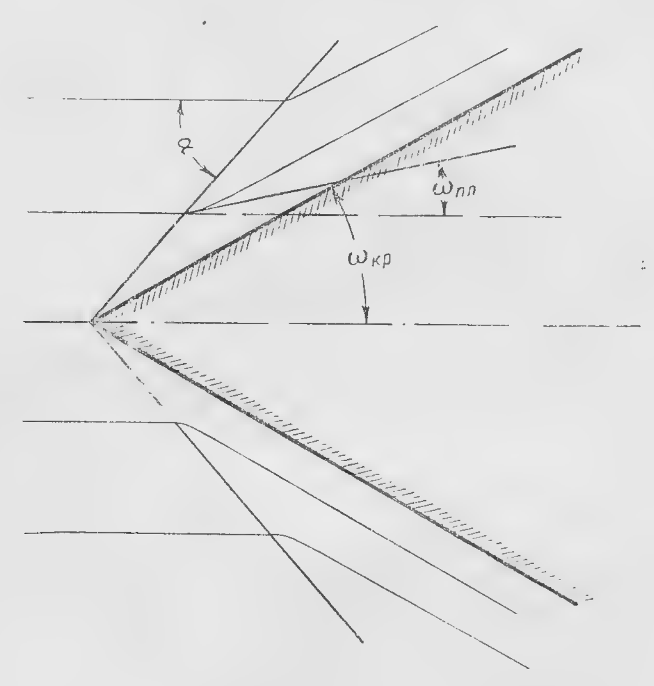
OA—1-й косой скачок, DA—2-й косой скачок, CA—прямой скачок, AB — косой скачок внешнего обтекания

Фиг. 54. Схема плоского диффузора с тремя скачками

Площадь входного отверстия CA подбирается по скорости за прямым скачком ($M_п$). Расстояния OD и DC вычисляются из условия пересечения скачков OA и DA на кромке входного отверстия.

При данных условиях через систему из трех скачков будет проходить только воздух, поступающий внутрь диффузора; внешнее же обтекание не будет возмущаться этой системой скачков.

Остановимся теперь на принципиальной схеме осесимметричного диффузора. При симметричном сверхзвуковом обтекании конуса (фиг. 55), согласно теории Буземана, перед последним устанавливается коническая ударная волна, причем вершины конуса и ударной волны (поверхности скачка) практически совпадают.



Фиг. 55. Схема сверхзвукового обтекания конуса

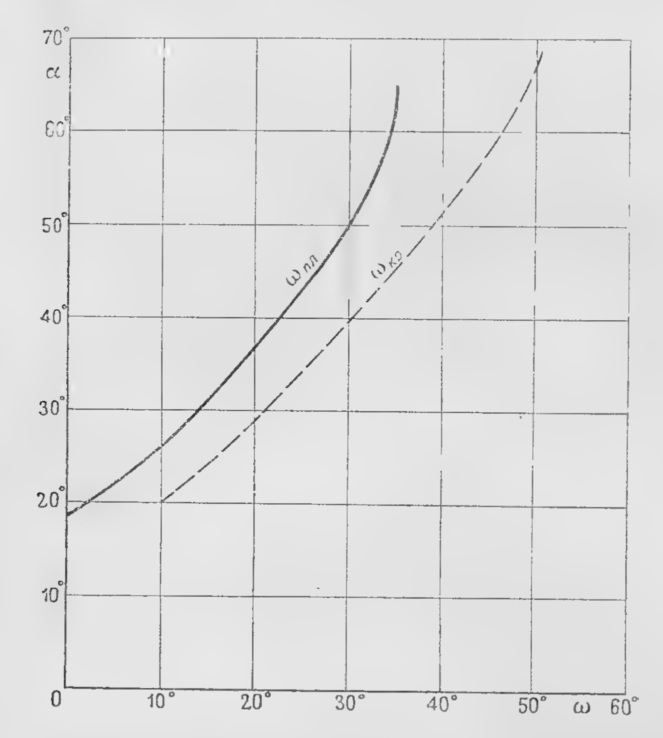
Ввиду того, что толщина скачка всегда очень мала, приведенные выше формулы для расчета плоскопараллельного косого скачка применимы и к осесимметричному скачку. В частности, если известен угол между фронтом и направлением потока α и скорость перед скачком (фиг. 55), то по формуле (134) можно отыскать направление потока ($\beta_{пл} = \alpha - \omega_{пл}$), по формуле (135) — скорость и по формуле (129) — статическое давление непосредственно за скачком.

Однако, в отличие от плоского, в осесимметричном потоке направление струй газа непосредственно за скачком ($\omega_{пл}$) непараллельно поверхности тела ($\omega_{кр}$). В связи с этим угол отклонения струй за скачком постепенно изменяется, приближаясь асимптотически к полууглу при вершине конуса. Непосредственно за скачком угол отклонения имеет наименьшее значение:

$$\omega_{пл} < \omega_{кр}$$

и, как упоминалось, получается таким же, как для плоского потока, т. е. может быть определен с помощью фиг. 41.

Зависимость угла α между фронтом скачка и направлением потока от полуугла при вершине конуса ($\omega_{кр}$) для случая $\lambda_н = 2$ ($M_н = 3{,}16$) приведена на фиг. 56 (пунктир) [1]. Здесь же нанесена



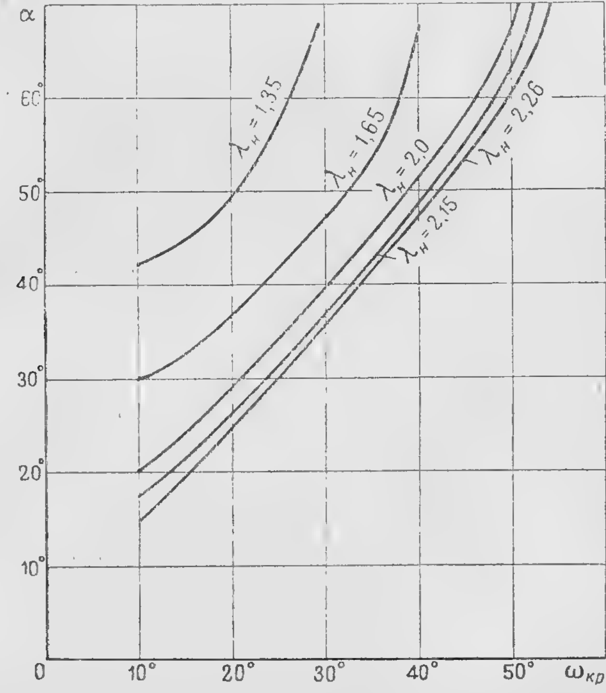
Фиг. 56. Сравнение углов косого скачка на конусе (пунктир) и на клине при коэфициенте скорости $\lambda_н = 2$ ($M_н = 3{,}16$)

кривая $\alpha = f(\omega_{пл})$, дающая углы отклонения потока непосредственно за скачком, т. е. отвечающая плоскому потоку (обтекание клина). Как видим, при одинаковых углах конуса и клина, на конусе скачок получается слабее (более наклонный). Кривые $\alpha = f(\omega_{кр})$ для скачков, возникающих на конусе при различной скорости потока, приведены на фиг. 57, причем изображены только участки кривых, соответствующие слабым скачкам, после которых остается сверхзвуковая скорость потока.

Выше было указано, что изменения направления потока, скорости и состояния газа в самом скачке не зависят от формы поверхности скачка; при заданной скорости потока ($\lambda_н$) и угле скачка α эти изменения получаются одинаковыми в плоскопараллельном и осесимметричном течениях. Различие этих двух случаев состоит только в том, что один и тот же угол скачка

[1] Расчет произведен Г. И. Петровым и Е. П. Уховым.

получается не при одинаковых углах раствора конуса и клина. Иначе говоря, при сравнении осесимметричного и плоского косых скачков целесообразно выражать все факторы в фунции угла скачка, а не угла при вершине обтекаемого тела. В этом случае результаты расчета осесимметричного и плоского течений получатся более близкими. Об этом свидетельствует, например, фиг. 58, на которой изображены коэфициенты скорости за скачком ($\lambda_{1пл}$) и на поверхности конуса ($\lambda_{1кр}$) в функции угла скачка при различных значениях скорости набегающего потока. Как видим, изменение скорости между областью, лежащей непосред-



Фиг. 57. Зависимость угла косого скачка от полуугла при вершине конуса для различной скорости потока

ственно за скачком (соответствует плоскому течению), и поверхностью конуса получается незначительным. Для практических расчетов можно считать, что скорости за осесимметричным скачком есть величина средняя арифметическая:

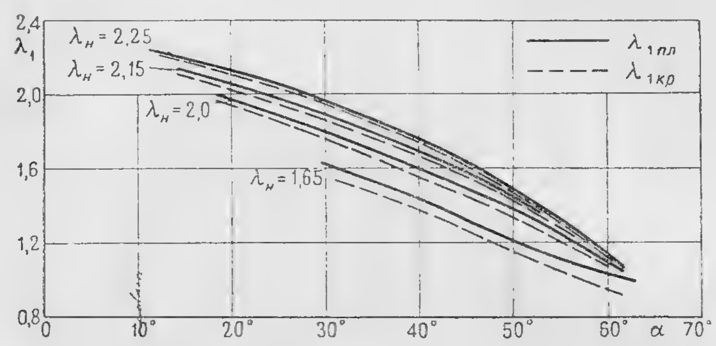
$$\lambda_1 \approx \frac{\lambda_{1пл} + \lambda_{1кр}}{2} \tag{147}$$

или даже равная скорости за плоским скачком:

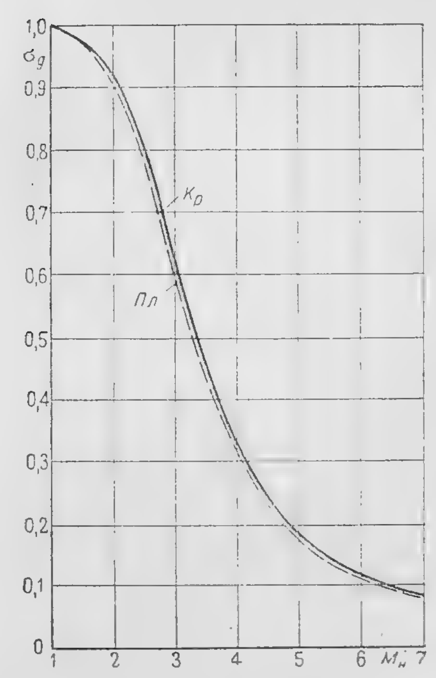
$$\lambda_1 \approx \lambda_{1пл}. \tag{147'}$$

Но при этом для осесимметричного течения оказываются пригодными формулы, полученные выше для плоскопараллельного

течения, с той лишь разницей, что одним и тем же углам скачка будут соответствовать разные углы при вершине тела (см. фиг. 41 — для плоского потока, фиг. 57 — для осесимметричного).



Фиг. 58. Значения коэфициентов скорости за скачком и на поверхности конуса (пунктир) в зависимости от угла скачка



Фиг. 59. Восстановление полного давления за системой из двух скачков (косой + прямой) при оптимальных углах косого скачка в зависимости от скорости потока для осесимметричного и плоского (пунктир) течений

Состояния газа за сложными системами осесимметричных и плоских скачков (при равных углах наклона скачков с одинаковыми порядковыми номерами) должны быть также близки между собой.

В этом можно убедиться из фиг. 59, на которой изображены две кривые отношения значений полного давления за и перед системами из двух скачков (косой + + прямой) при оптимальных углах наклона косого скачка в зависимости от числа Маха набегающего потока. Одна из кривых фиг. 59 соответствует осесимметричному, другая (пунктир) — плоскому течению. При расчете замыкающего прямого скачка в осесимметричном случае скорость перед ним (λ_1) определялась по формуле (147).

В сложном осесимметричном диффузоре все скачки, кроме первого, можно считать практически плоскопараллельными ввиду того, что они размещаются в относительно узких кольцевых каналах.

ГЛАВА V

КАМЕРА СГОРАНИЯ

§ 1. Газодинамика камеры сгорания

Камера сгорания помещается в компрессорных реактивных двигателях за компрессором, а в бескомпрессорных — сразу за диффузором. Камеру сгорания с точки зрения расчета удобно разбить на два участка (фиг. 60):

1) начальный — „холодный“ — участок, где происходит подготовка к процессу горения; здесь сосредоточены гидравлические сопротивления (регистры, форсунки, экраны и т. п.),

2) „горячий“ участок, где осуществляется процесс горения.

Изменение полного давления происходит как в холодной, так и в горячей части камеры:

$$\Delta p_{0\,к.\,с} = \Delta p_{0\,х} + \Delta p_{0\,г}.$$

В холодной части камеры падение давления учитывается так же, как и в диффузоре:

$$\sigma_х = \frac{p_{0\,х}}{p_{0\,д}} = 1 - \frac{k}{k+1} \zeta_х \lambda_х^2,$$

$\zeta_х$ — коэфициент потерь при обтекании всех топочных устройств,

$\lambda_х$ — коэфициент скорости потока в начале камеры сгорания.



Фиг. 60. Схема разделения камеры сгорания на холодный и горячий участки

Значение коэфициента потерь колеблется в широких пределах:

$$\zeta_х = \frac{\Delta p_{0\,х}}{\rho_{0\,х} \frac{W_х^2}{2}} = 2 \div 20.$$

Чем значительнее сжатие газа перед камерой сгорания, тем большие потери можно допустить в камере. Поэтому наимень-

шими потерями в камере сгорания обладают прямоточные ВРД, особенно рассчитанные на дозвуковую скорость полета.

В прямоточном ВРД сопротивление холодной части камеры можно суммировать с сопротивлением в диффузоре, подсчитывая их заодно:

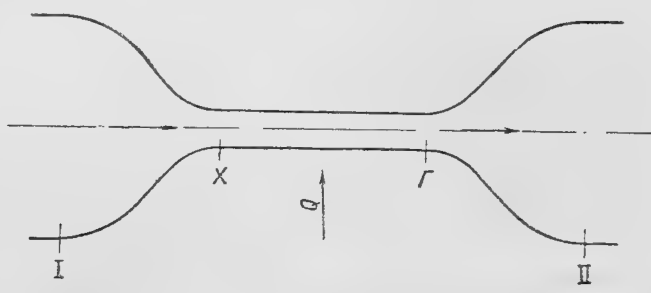
$$\sigma_{д}\,\sigma_{х}=1-\frac{k}{k+1}\left(\xi_{д}+\xi_{х}\right)\lambda_{д}^{2}.$$

В горячей части камеры сгорания гидравлических устройств обычно нет, а трением о стенки можно пренебречь. Но процесс подвода тепла вносит особый вид сопротивления (при подогреве газа полное давление падает).

Рассмотрим сначала процесс, при котором скорость в камере сгорания мала:

$$\lambda_{х}\ll 1 \quad \text{и} \quad \lambda_{г}\ll 1.$$

Прибегнем к следующей идеализированной схеме. Газ поступает в камеру сгорания *х—г* из канала с большим поперечным сечением I (фиг. 61). На участке I—*х* реализуется течение без потерь и теплообмена. Подвод тепла осуществляется только в цилиндрической трубе *х—г*. После этого газ без потерь и теплообмена вытекает в широкий канал II. Несмотря на то, что в каналах I и II скорость мала, а гидравлическими потерями можно пренебречь, значения полного давления в сечениях I и II не одинаковы: за счет подогрева полное давление во втором канале будет меньше.



Фиг. 61. Схема к определению теплового сопротивления

Согласно уравнению Бернулли:

$$p_{х}=p_{01}-\rho_{х}\frac{W_{х}^{2}}{2},$$

$$p_{г}=p_{02}-\rho_{г}\frac{W_{г}^{2}}{2}.$$

Изменение статического давления на участке подогрева будет:

$$p_х - p_г = (p_{01} - p_{02}) - \left(\rho_х \frac{W_х^2}{2} - \rho_г \frac{W_г^2}{2} \right).$$

Отсюда изменение полного давления:

$$p_{01} - p_{02} = (p_х - p_г) + \left(\rho_х \frac{W_х^2}{2} - \rho_г \frac{W_г^2}{2} \right).$$

При рассмотрении уравнения неразрывности

$$\rho_х W_х = \rho_г W_г$$

нетрудно заметить, что за счет подогрева плотность газа уменьшается, скорость его растет и давление падает.

Из уравнения импульсов можно определить падение давления от подогрева на участке *х—г* (пренебрегая трением):

$$p_х - p_г = \rho_х W_х (W_г - W_х)$$

или

$$p_х - p_г = 2 \left(\rho_г \frac{W_г^2}{2} - \rho_х \frac{W_х^2}{2} \right).$$

Подставив эту разность в ранее полученное уравнение, будем иметь

$$p_{01} - p_{02} = \rho_г \frac{W_г^2}{2} - \rho_х \frac{W_х^2}{2}.$$

Отсюда видно, что при подогреве медленно движущегося газа величина потерь мала. При значительной же скорости ими пренебрегать уже нельзя.

Обнаруженное „тепловое“ сопротивление нетрудно объяснить с точки зрения термодинамики.

В рассмотренном примере имеет место расширение газа в конфузоре, затем подогрев его при пониженном давлении и, наконец, сжатие в диффузоре.

Но такой цикл противоположен обычному циклу тепловой машины, в котором подвод тепла идет при повышенном давлении. По этой причине рассматриваемый процесс связан с поглощением, а не выделением энергии.

Рассмотрим теперь падение давления на участке *х—г* камеры сгорания при большой скорости движения газа (фиг. 60). Будем камеру попрежнему считать цилиндрической.

1. Согласно уравнению неразрывности:

$$W_х \rho_х = W_г \rho_г,$$

—при подогреве плотность газа падает, а скорость возрастает.

2. В соответствии с уравнением импульсов:

$$p_х - p_г = \rho_х W_х (W_г - W_х)$$

—рост скорости обусловливает падение давления.

3. Из уравнения состояния имеем:

$$\rho = \frac{p}{gRT} \quad \text{или} \quad \frac{p_г}{\rho_г T_г} = \frac{p_х}{\rho_х T_х}.$$

Отсюда видно, что плотность падает несколько быстрей, чем по закону обратной пропорциональности с температурой, так как одновременно с ростом температуры уменьшается давление. Поэтому скорость газа увеличивается быстрее, чем температура.

Скорость звука, которая пропорциональна корню квадратному из абсолютной температуры, увеличивается вдоль камеры сгорания значительно медленнее, чем скорость потока. По этой причине число Маха $M = \frac{W}{a}$ по длине камеры растет.

Поток, имеющий любую начальную скорость, можно за счет соответствующего подогрева довести до критической скорости ($M_г = 1$). При большом начальном значении числа Маха понадобится незначительный подогрев. Чем ниже начальная скорость, тем нужен более сильный „критический" подогрев. Но никаким подогревом нельзя поток в цилиндрической трубе перевести в сверхзвуковую область. Это явление носит название теплового кризиса.

Естественно, что после того как в конце камеры сгорания достигнут кризис, скорость потока в начале камеры не может быть увеличена никакими способами.

Если по достижении кризиса продолжить подогрев газа, то величина критической скорости в конце камеры сгорания будет расти, а скорость в начале камеры — падать.

Иначе говоря, заданному количеству тепла соответствует совершенно определенное предельное значение числа Маха в начале камеры сгорания.

4. Теплосодержание заторможенного газа складывается из теплосодержания в потоке и теплового эквивалента кинетической энергии:

$$i_{0х} = i_х + A\frac{W_х^2}{2g}, \quad i_{0г} = i_г + A\frac{W_г^2}{2g}.$$

Вследствие подвода тепла, теплосодержание в конце камеры сгорания будет больше, чем в начале на величину количества тепла, сообщенного 1 *кг* газа:

$$Q = i_{0г} - i_{0х}.$$

Отсюда получаем:

$$Q = c_p(T_{0г} - T_{0х}) = c_p(T_г - T_х) + \frac{A}{2g}(W_г^2 - W_х^2).$$

Приведенных четырех уравнений достаточно для определения четырех параметров газа — $p_г$, $\rho_г$, $T_г$, $W_г$ — в конце камеры.

Для упрощения рабочих формул, сведем их к безразмерному виду, пользуясь известными величинами:

$$\lambda_х = \frac{W_х}{a_{кр.х}} \quad и \quad \lambda_г = \frac{W_г}{a_{кр.г}}, \tag{148}$$

где

$$a_{кр.г} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} gRT_{0г}},$$

$$a_{кр.х} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} gRT_{0х}}.$$

Система из четырех уравнений с четырьмя неизвестными сводится к одному квадратному уравнению:

$$\left(\frac{\rho_г}{\rho_х}\right)^2 \frac{\lambda_г^2}{1+\lambda_г^2} - \frac{\rho_г}{\rho_х} + \frac{T_{0х}}{T_{0г}} \frac{1}{1+\lambda_г^2} = 0,$$

решая которое, находим:

$$\frac{\rho_г}{\rho_х} = \frac{1+\lambda_г^2}{2\lambda_г^2}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{4\lambda_г^2}{(1+\lambda_г^2)^2} \frac{T_{0х}}{T_{0г}}}\right] \tag{149}$$

или

$$\frac{\rho_х}{\rho_г} = \frac{1+\lambda_х^2}{2\lambda_х^2}\left[1 - \sqrt{1 - \frac{4\lambda_х^2}{(1+\lambda_х^2)^2} \frac{T_{0г}}{T_{0х}}}\right], \tag{149'}$$

причем

$$\frac{\rho_х}{\rho_г} = \frac{W_г}{W_х}.$$

Уравнением (149′) пользуются в тех случаях, когда известно состояние газа в начале камеры сгорания. Если же газ разгоняется в конце камеры до критической скорости, то удобнее будет применять уравнение (149).

При отсутствии подогрева ($T_{0х} = T_{0г}$) получается

$$\rho_г = \rho_х.$$

Если в конце камеры сгорания имеет место тепловой кризис ($\lambda_г = 1$), то уравнение (149) примет следующий вид:

$$\frac{\rho_г}{\rho_х} = \frac{W_х}{W_г} = 1 - \sqrt{1 - \frac{T_{0х}}{T_{0г}}}, \tag{150}$$

где

$$W_г = a_{кр.г} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} gRT_{0г}}.$$

Предельное значение скорости в начале камеры сгорания будет при этом равно:

$$|W_x|_{max} = W_г\left(1 - \sqrt{1 - \frac{T_{0x}}{T_{0г}}}\right)$$

или

$$|W_x|_{max} = a_{кр.\,г}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{T_{0x}}{T_{0г}}}\right). \qquad (151)$$

Разделив обе части равенства (151) на $a_{кр.\,x}$, можно перейти к коэфициенту скорости:

$$|\lambda_x|_{max} = \frac{a_{кр.\,г}}{a_{кр.\,x}}\left(1 - \sqrt{1 - \frac{T_{0x}}{T_{0г}}}\right),$$

но

$$\frac{a_{кр.\,г}}{a_{кр.\,x}} = \sqrt{\frac{T_{0г}}{T_{0x}}},$$

поэтому

$$|\lambda_x|_{max} = \sqrt{\frac{T_{0г}}{T_{0x}}} - \sqrt{\frac{T_{0г}}{T_{0x}} - 1}. \qquad (152)$$

Расчет изменения максимальной скорости на входе в камеру сгорания при варьировании подогрева дан в таблице:

$\frac{T_{0г}}{T_{0x}}$	1	2	4	6	8
$\|\lambda_x\|_{max}$	1	0,41	0,27	0,22	0,17

Малые значения коэфициента скорости на входе в камеру сгорания, получающиеся при сильном подогреве, приводят к большим габаритам двигателя.

С увеличением скорости полета растет начальная температура (T_{0x}) и предельное значение скорости на входе в камеру сгорания.

Согласно уравнению импульсов перепад давления в камере сгорания равен:

$$\frac{p_x}{p_г} - 1 = \frac{\rho_г W_г^2}{p_г}\left(1 - \frac{W_x}{W_г}\right),$$

но

$$k\frac{p_г}{\rho_г} = a_г^2 = \frac{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_г^2}{\frac{2}{k+1}}\, a_{кр.\,г}^2,$$

поэтому

$$\frac{p_x}{p_г} = 1 + \frac{\frac{2k}{k+1}\lambda_г^2}{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_г^2}\left(1 - \frac{W_x}{W_г}\right). \qquad (153)$$

Предельное падение давления будет получено при достижении теплового кризиса ($\lambda_г = 1$). В этом случае:

$$\left|\frac{p_x}{p_г}\right|_{max} = 1 + k\sqrt{1 - \frac{T_{0\,x}}{T_{0\,г}}}. \qquad (154)$$

Осуществляя очень сильный подогрев $\left(\frac{T_{0\,x}}{T_{0\,г}} \to 0\right)$, можно довести падение давления до следующей наивысшей величины:

$$\left|\frac{p_x}{p_г}\right|_{max} = k + 1$$

или при $k = 1{,}4$:

$$\left|\frac{p_x}{p_г}\right|_{max} = 2{,}4.$$

В сопле Лаваля падение давления, необходимое для получения критической скорости, составляет:

$$\frac{p_0}{p_{кр}} = \left(\frac{k+1}{2}\right)^{\frac{k}{k-1}},$$

т. е. при $k = 1{,}4$:

$$\frac{p_0}{p_{кр}} = 1{,}89.$$

Определим теперь падение полного давления в цилиндрической камере сгорания. В начале и в конце камеры будем иметь соответственно:

$$\frac{p_x}{p_{0\,x}} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_x^2\right)^{\frac{k}{k-1}}$$

и

$$\frac{p_г}{p_{0\,г}} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_г^2\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Разделив первое уравнение на второе, получим:

$$\frac{p_{\text{х}}}{p_{0\,\text{х}}}\,\frac{p_{0\,\text{г}}}{p_{\text{г}}}=\left(\frac{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_{\text{х}}^{2}}{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_{\text{г}}^{2}}\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

Отсюда коэфициент полного давления в камере сгорания равен:

$$\sigma_{\text{к. с}}=\frac{p_{0\,\text{г}}}{p_{0\,\text{х}}}=\frac{p_{\text{г}}}{p_{\text{х}}}\left(\frac{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_{\text{х}}^{2}}{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_{\text{г}}^{2}}\right)^{\frac{k}{k-1}}. \qquad (155)$$

Наибольшее падение полного давления получится в условиях теплового кризиса.

Подставляя выражения (152) и (154) в равенство (155), можем выразить падение полного давления как функцию отношения температур торможения.

При $\frac{T_{0\,\text{х}}}{T_{0\,\text{г}}}\to 0$, т. е. при бесконечном подогреве газа в камере сгорания, получим:

$$|\sigma_{\text{к. с}}|_{\min}=\frac{1}{k+1}\left[\frac{k+1}{2}\right]^{\frac{k}{k-1}}.$$

Следовательно, для воздуха ($k=1{,}4$) падение полного давления не может быть больше, чем:

$$|\sigma_{\text{к. с}}|_{\min}\approx 0{,}8.$$

Итак, полное давление в конце камеры сгорания никогда не будет меньше 80% полного давления в начале камеры.

При обычном подогреве полное давление в камере сгорания уменьшается не более, чем на 10—15%.

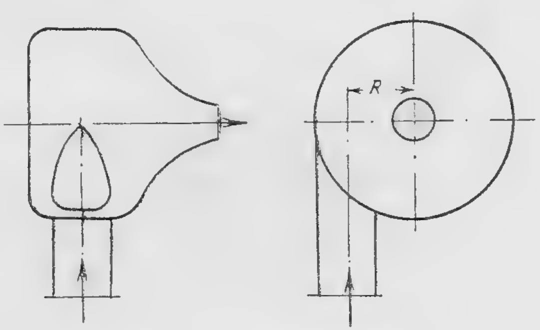
§ 2. Теория центробежной форсунки

Основные положения теории

В реактивных двигателях широко применяются центробежные форсунки.

Рассмотрим течение жидкости в форсунке. Корпус форсунки имеет форму цилиндра с центральным выходным соплом, расположенным в торцевой стенке (фиг. 62). Подача жидкости в форсунку осуществляется по трубе, ось которой перпендикулярна к оси цилиндра, но не пересекается с нею.

Из геометрической схемы форсунки, как уже указывалось на стр. 53, видно, что момент количества движения струи жидкости на входе в форсунку относительно оси выходного сопла не равен нулю. Поэтому жидкость будет протекать сквозь форсунку с вращением. Перед выходом струи из форсунки прекращается действие центростремительных сил от твердых стенок, и жидкие частицы разлетаются (распыляются) в пространстве по прямолинейным лучам, касательным к их прежним траекториям, т. е. к цилиндрическим поверхностям, соосным с выходным соплом форсунки.



Фиг. 62. Схема форсунки

Тангенс угла, который образуют линии распыла с осью форсунки, равен отношению тангенциальной скорости к поступательной в выходном сечении сопла:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{W_u}{W}. \qquad (156)$$

Исследуем поток в форсунке, пренебрегая действием сил трения. В этом случае момент количества движения любой жидкой частицы относительно оси форсунки должен сохранить постоянное значение на всем пути от входа в форсунку до выхода из нее:

$$W_{вх} R = W_u r.$$

Здесь $W_{вх}$ — скорость входа в форсунку,

R — радиальное расстояние от оси форсунки до частицы жидкости во входном отверстии форсунки,

W_u — тангенциальная составляющая скорости в выходном отверстии,

r — радиальное расстояние от оси форсунки до частицы жидкости в выходном отверстии форсунки.

В случае пренебрежения гидравлическими потерями давление в потоке определяется уравнением Бернулли:

$$(z_{вх} - z) + \frac{p_{вх}}{\gamma} + \frac{W_{вх}^2}{2g} = \frac{p}{\gamma} + \frac{W^2}{2g} + \frac{W_u^2}{2g} = \text{const}.$$

Здесь $p_{вх}$ — давление во входном отверстии,

γ — вес единицы объема жидкости,

$(z_{вх}-z)$ — геометрическая разность уровней во входном и выходном отверстиях.

Полагая вход и выход форсунки расположенными в одной горизонтальной плоскости ($z_{вх}-z=0$) и вводя обозначение для полного напора:

$$H=\frac{p_{вх}}{\gamma}+\frac{W_{вх}^2}{2g}=\text{const}, \tag{157}$$

будем иметь:

$$\frac{p}{\gamma}=H-\left(\frac{W^2}{2g}+\frac{W_u^2}{2g}\right). \tag{158}$$

Из уравнений (157) и (158) нетрудно видеть, что вблизи оси форсунки ($r\approx 0$) скорость потока должна иметь бесконечно большое положительное значение, а давление — бесконечно большое отрицательное значение, что невозможно. В действительности будет наблюдаться следующее явление. По мере приближения к оси форсунки скорость будет расти, а давление падать, но только до тех пор, пока последнее не станет равным атмосферному. Дальнейшее уменьшение давления в центральной области невозможно, так как одним своим основанием эта область выходит сквозь сопло в атмосферу. Иначе говоря, центральная часть форсунки не может быть заполнена потоком жидкости; здесь будет располагаться воздушный вихрь с давлением, равным атмосферному; избыточное давление в вихре равно нулю: $p_m=0$. Истечение жидкости из форсунки будет осуществляться через кольцевое сечение, внутренний радиус которого равен радиусу воздушного вихря (r_m), а внешний — радиусу сопла (r_c).

Таким образом, живое сечение струи жидкости на выходе из форсунки будет равно:

$$F=\varphi\pi r_c^2=\pi(r_c^2-r_m^2), \tag{159a}$$

откуда коэфициент живого сечения форсунки (степень заполнения сопла)

$$\varphi=1-\frac{r_m^2}{r_c^2}. \tag{159b}$$

Для выяснения закона распределения поступательных компонентов скорости W в выходном сечении форсунки воспользуемся условием равновесия закрученного потока. Кольцевой элемент жидкой струи (фиг. 63) радиусом r и толщиною dr будет находиться в равновесии, если разность давлений на его боковых поверхностях dp будет уравновешиваться центробежной силой:

$$dp=\frac{W_u^2}{r}\,dm.$$

Масса кольцевого элемента с поверхностью, равной единице, будет составлять:

$$dm = \frac{\gamma}{g} dr.$$

По закону площадей

$$W_u r = W_{um} r_m,$$

и, следовательно,

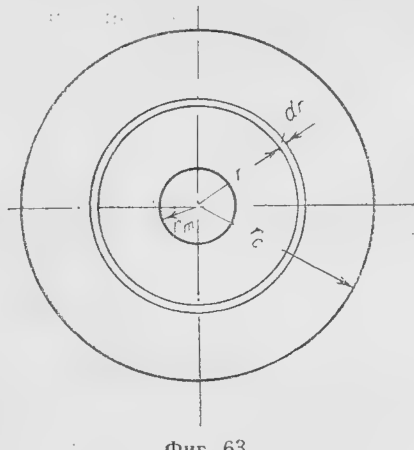
$$dr = -\frac{W_{um} r_m}{W_u^2} dW_u.$$

Используя эти соотношения, получим:

$$dp = -\frac{\gamma}{g} W_u dW_u$$

и

$$\frac{p}{\gamma} = -\frac{W_u^2}{2g} + \text{const.}$$



Фиг. 63

По высказанному ранее условию, на границе воздушного вихря ($W_u = W_{um}$) избыточное давление равняется нулю ($p_m = 0$). Таким образом, получаем закон распределения давления, обеспечивающий равновесие закрученного потока:

$$\frac{p}{\gamma} = \frac{W_{um}^2}{2g} - \frac{W_u^2}{2g}. \tag{160}$$

Из сопоставления равенства (158) и (160) следует, что поступательная скорость в выходном сечении форсунки должна быть постоянной величиной:

$$W = \text{const.} \tag{161}$$

Значение выходной поступательной скорости может быть найдено по состоянию потока на границе воздушного вихря:

$$\frac{W^2}{2g} = H - \frac{W_{um}^2}{2g}. \tag{162}$$

Приведенные выше основные положения теории центробежной форсунки позволяют получить очень простой метод расчета форсунки, если пренебречь действием сил трения.

Коэфициент расхода центробежной форсунки

Секундный расход жидкости равен произведению скорости истечения на площадь живого сечения потока:

$$Q = WF_ж = W\varphi\pi r_c^2.$$

Введем вспомогательное понятие — эквивалентную скорость, представляющую собой отношение секундного расхода жидкости к площади выходного сечения сопла:

$$W_э = \frac{Q}{\pi r_с^2} . \qquad (163)$$

Тогда поступательная скорость истечения из форсунки может быть выражена через эквивалентную скорость:

$$W = \frac{W_э}{\varphi} . \qquad (164a)$$

Расход жидкости можно также получить из условий входа в форсунку:

$$Q = W_{вх} \pi r_{вх}^2,$$

где $r_{вх}$ — радиус отверстия, через которое жидкость поступает в форсунку.

Таким образом, скорость входа жидкости в форсунку можно выразить через эквивалентную:

$$W_{вх} = W_э \frac{r_с^2}{r_{вх}^2} . \qquad (164b)$$

Наконец, закон площадей дает возможность связать тангенциальную скорость в произвольной точке форсунки с эквивалентной скоростью:

$$W_u = W_э \frac{R}{r} \frac{r_с^2}{r_{вх}^2} .$$

В целях упрощения дальнейших рассуждений будем приближенно считать, что плечо любой частицы во входном отверстии равно расстоянию от оси этого отверстия до оси форсунки:

$$R = R_{вх} .$$

Результаты расчета будут в этом случае тем ближе к действительности, чем входное отверстие форсунки уже, т. е. чем меньше величина $\frac{r_{вх}}{R_{вх}}$. Такое предположение приводит к следующей формуле для тангенциальной скорости:

$$W_u = W_э \frac{R_{вх}}{r} \frac{r_с^2}{r_{вх}^2} . \qquad (164c)$$

Тангенциальная скорость около стенки выходного отверстия форсунки будет равна:

$$W_{uc} = W_э \frac{R_{вх}\, r_c}{r_{вх}^2}\,. \tag{164d}$$

Тангенциальная скорость на границе воздушного вихря в выходном отверстии составит:

$$W_{um} = W_э \frac{R_{вх}\, r_c}{r_{вх}^2} \frac{r_c}{r_m}\,,$$

откуда при помощи равенства (159) получаем:

$$W_{um} = W_э \frac{R_{вх}\, r_c}{r_{вх}^2} \frac{1}{\sqrt{1-\varphi}}\,. \tag{164e}$$

Используем полученные выражения для того, чтобы выразить полный напор жидкости через эквивалентную скорость; для этого подставим выражения (164a) и (164e) в уравнение (162). Получим следующее равенство для полного напора форсунки:

$$H = \frac{W_э^2}{2g}\left(\frac{1}{\varphi^2} + \frac{R_{вх}^2\, r_c^2}{r_{вх}^4 (1-\varphi)}\right); \tag{165}$$

эквивалентная скорость при выходе из форсунки будет равна:

$$W_э = \frac{\sqrt{2gH}}{\sqrt{\frac{1}{\varphi^3} + \frac{A^2}{1-\varphi}}} = \mu \sqrt{2gH}. \tag{166}$$

Здесь для геометрической характеристики форсунки введено специальное обозначение:

$$A = \frac{R_{вх}\, r_c}{r_{вх}^2}\,. \tag{167}$$

Эквивалентная скорость представляет собой скорость истечения из форсунки в том случае, когда поток сплошь заполняет ее выходное отверстие. Следовательно, знаменатель формулы (166) равен единице, деленной на коэфициент расхода форсунки μ.

Таким образом, получаем выражение для коэфициента расхода форсунки:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\frac{1}{\varphi^2} + \frac{A^2}{1-\varphi}}}\,. \tag{168}$$

Как видим, коэфициент расхода форсунки определяется двумя параметрами: геометрической характеристикой форсунки $A = \frac{R_{вх} r_c}{r_{вх}^2}$ и коэфициентом живого сечения $\varphi = 1 - \frac{r_m^2}{r_c^2}$.

Для построения теории центробежной форсунки необходимо установить зависимость коэфициента живого сечения от геометрической характеристики $\varphi = f(A)$.

При этом можно воспользоваться следующими соображениями. Из формулы (168) получается, что в зависимости от размеров воздушного вихря может установиться тот или иной секундный расход жидкости через форсунку. Вычисления показывают, что как при очень больших, так и при очень малых размерах воздушного вихря получаются небольшие значения коэфициента расхода. В первом случае получаются очень малые живые сечения для прохода жидкости, во втором случае — очень малые значения скорости истечения (напор тратится на создание больших тангенциальных скоростей в точках, расположенных близко к оси форсунки).

Будем считать, что устойчивым должен быть воздушный вихрь таких размеров, при которых обеспечивается максимальный расход жидкости в форсунке[1].

Тогда истинное значение коэфициента живого сечения форсунки будет соответствовать максимальному значению коэфициента расхода.

Для выполнения этого условия следует взять производную $\frac{d\mu}{d\varphi}$ по уравнению (168) и приравнять ее нулю. В результате получается следующая зависимость между коэфициентом живого сечения и геометрической характеристикой форсунки (фиг. 64):

$$A = \frac{1 - \varphi}{\sqrt{\frac{\varphi^3}{2}}}. \qquad (169)$$

Подставляя результат (169) в равенство (168), получаем окончательную формулу для определения коэфициента расхода форсунки:

$$\mu = \sqrt{\frac{\varphi^3}{2 - \varphi}}. \qquad (170)$$

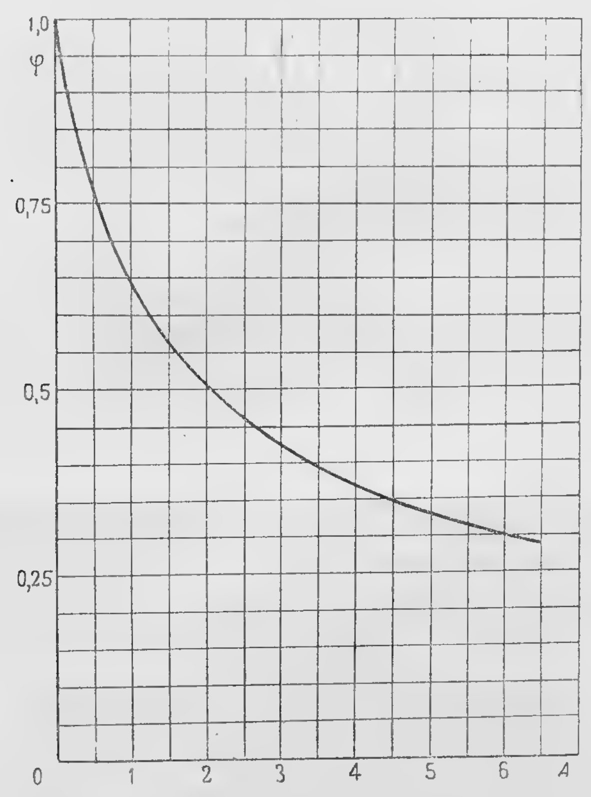
Согласно выражению (169) при изменении геометрической характеристики форсунки от $A = 0$ до $A = \infty$ значения коэфициента живого сечения и коэфициента расхода изменяются в пределах от 1 до 0.

[1] Это же условие можно сформулировать иначе: в форсунке устанавливается такой режим течения, при котором для данного расхода потребный напор будет минимальным.

Секундный расход жидкости через данную форсунку будет зависеть от величины полного напора в линии нагнетания:

$$Q = \mu F_c \sqrt{2gH}. \tag{171}$$

Здесь $F_c = \pi r_c^2$ — площадь сечения выходного сопла форсунки.



Фиг. 64. Зависимость коэфициента живого сечения φ от геометрической характеристики форсунки A

Угол распыла центробежной форсунки

Как указывалось выше, из сопла форсунки частицы жидкости разлетаются по прямолинейным траекториям, направление которых совпадает с направлением результирующей скорости течения в выходном участке сопла[1]. Таким образом, тангенс бокового угла распыла определяется отношением окружного компонента скорости к осевому $\operatorname{tg}\alpha = \frac{W_u}{W}$.

[1] Рассматривается случай истечения в неподвижную среду.

Следует отметить, что в связи с непостоянством скорости в поперечном сечении потока углы распыла у различных частиц будут неодинаковыми. Будем считать, что распыл характеризуется некоторой средней величиной угла, соответствующей среднему значению окружной скорости:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{W_{u\text{ср}}}{W},$$

где по закону площадей

$$W_{u\text{ср}} = \frac{W_{u\text{с}} r_{\text{с}}}{r_{\text{ср}}},$$

причем

$$r_{\text{ср}} = \frac{r_{\text{с}} + r_m}{2}.$$

Пользуясь выражениями (159b), (164d) и (169), получим следующую формулу для бокового угла распыла:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{2\sqrt{2}(1-\varphi)}{\sqrt{\varphi}(1+\sqrt{1-\varphi})}. \tag{172}$$

Заметим, что формула (172) является приближенной; она дает несколько завышенные значения углов распыла. Объясняется это тем, что в выходном участке сопла господствует давление выше атмосферного (центробежное давление). Перед выходом струи из сопла, как показал В. И. Скобелкин, избыточное давление преобразуется в скоростной напор, что приводит к увеличению осевой скорости, т. е. к уменьшению угла распыла.

Ввиду сложности преобразования скорости перед выходом из сопла, мы не станем анализировать этот процесс ради уточнения формулы для угла распыла, тем более, что в данной приближенной теории не рассматривается влияние другого существенного фактора — трения жидкости о стенки форсунки.

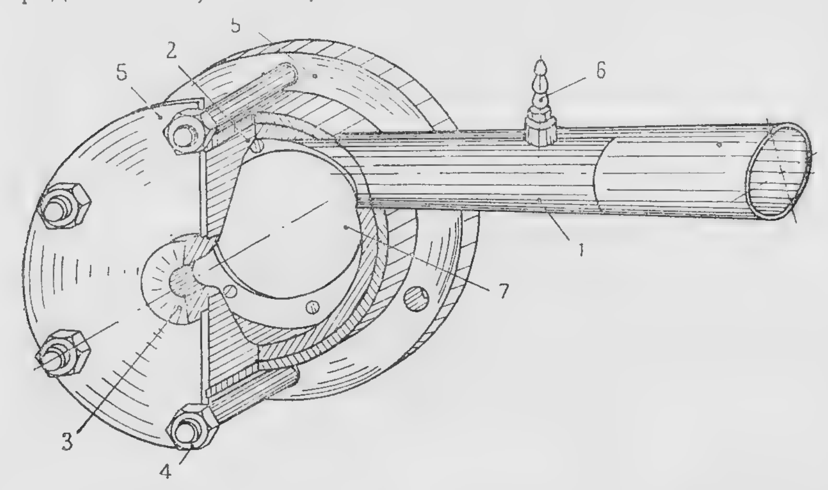
Сравнение теории форсунки с экспериментом

Для качественной и количественной проверки основных положений теории центробежной форсунки в ЦАГИ была изготовлена форсунка очень большого размера (фиг. 65) с задней торцевой стенкой из шлифованного стекла ($R_{\text{вх}} = 15{,}5$ *мм*, $r_{\text{с}} = 5{,}4$ и $8{,}4$ *мм*, $r_{\text{вх}} = 5{,}7$ и $11{,}5$ *мм*).

При испытаниях форсунка присоединялась к крану пожарного водопровода и работала при давлениях в линии нагнетания от нуля до 3,5 избыточных атмосфер.

Большой размер форсунки давал возможность наблюдать через стеклянную стенку поток и фотографировать его.

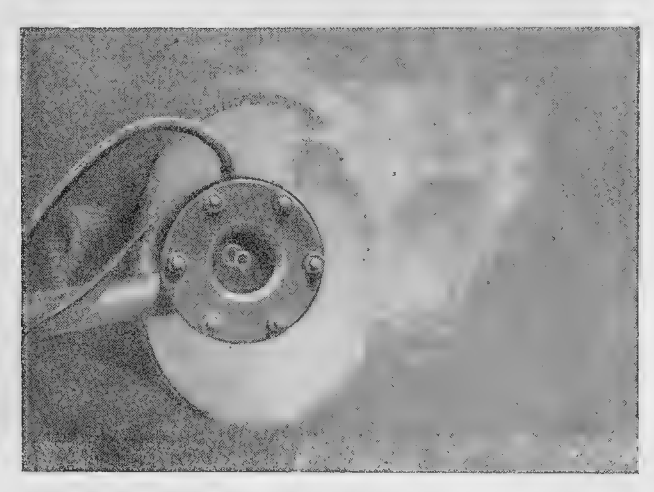
Два сменных выходных сопла и две сменные входные трубки обеспечивали изменение геометрической характеристики форсунки A в сравнительно широких пределах — от 0,65 до 4,11. Этому должны были соответствовать изменения центрального угла распыла в пределах от 73° до 110° и коэфициента расхода μ в пределах от 0,17 до 0,55.



1—подводящая труба, 2—корпус форсунки, 3—сменное сопло, 4—соединительные болты, 5—торцевые диски, 6—штуцер статического давления, 7—стеклянное днище

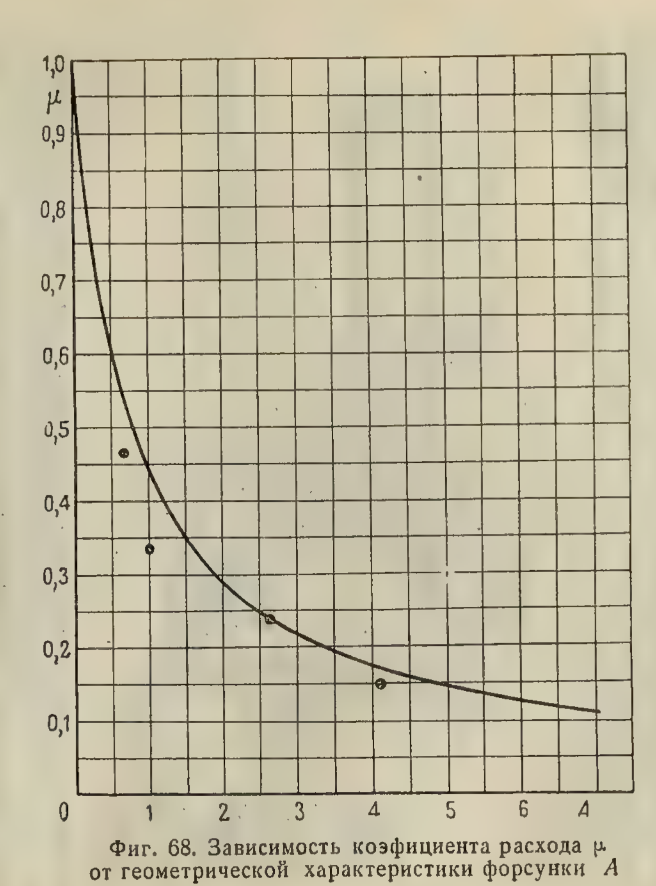
Фиг. 65. Эскиз модели центробежной форсунки

Во всех испытаниях форсунки наблюдался воздушный вихрь (фиг. 66), упиравшийся одним основанием в стеклянную торцевую



Фиг. 66. Фотография воздушного вихря в форсунке

Фиг. 67. Конус распыла жидкости



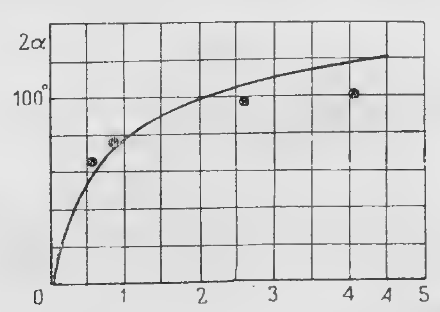
Фиг. 68. Зависимость коэфициента расхода μ от геометрической характеристики форсунки A

стенку форсунки, а другим основанием — в атмосферу (через выходное отверстие форсунки).

На фиг. 67 показан конус распыла жидкости.

Испытания каждого из четырех вариантов форсунки состояли в измерении давления перед входом в форсунку и углов распыла при различных секундных расходах воды.

Предварительно были вычислены теоретические кривые зависимости коэфициента расхода (фиг. 68) и центрального угла распыла (фиг. 69) от геометрической характеристики форсунки A. На эти кривые нанесены полученные экспериментальные точки.



Фиг. 69. Зависимость угла распыла от геометрической характеристики форсунки A

Результаты испытаний свидетельствуют о том, что приведенная теория форсунки центробежного распыла удовлетворительно подтверждена экспериментом как с качественной, так и с количественной стороны.

ГЛАВА VI

КОЭФИЦИЕНТ ПОЛЕЗНОГО ДЕЙСТВИЯ ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНОГО ДВИГАТЕЛЯ

Изменение состояния газа, протекающего через воздушно-реактивный двигатель, можно представить в виде кругового термодинамического цикла. Наиболее характерным для ВРД является рабочий цикл со сгоранием при постоянном давлении. Такой цикл, изображенный на фиг. 70 в диаграмме $p - v$, получил наименование цикла Брайтона (фиг. 70).

Фиг. 70. Цикл воздушно-реактивного двигателя со сгоранием при p=const

Точки *н*, *х*, *г*, *а* диаграммы соответствуют состояниям газа в сечениях двигателя, обозначенных теми же буквами на фиг 5. На участке *н*—*х* происходит сжатие газа в диффузоре и компрессоре. Участок *х*—*г* характеризует подвод тепла к газу при p = const. На участке *г*—*а* газ расширяется в турбине и реактивном сопле.

Сжатие и расширение газа в идеальном двигателе осуществляются по адиабатическому закону Пуассона.

Подсчитаем термический к. п. д. для идеального цикла воздушно-реактивного двигателя:

$$\eta_t = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = 1 - \frac{Q_2}{Q_1},$$

где

$$Q_1 = c_p(T_г - T_х) \text{ и } Q_2 = c_p(T_a - T_н).$$

Подставив эти выражения, получим

$$\eta_t = 1 - \frac{T_a - T_н}{T_г - T_х} = 1 - \frac{T_н}{T_х} \frac{\frac{T_a}{T_н} - 1}{\frac{T_г}{T_х} - 1},$$

но так как по адиабате Пуассона

$$\frac{T_a}{T_г} = \left(\frac{p_a}{p_г}\right)^{\frac{k-1}{k}} \quad и \quad \frac{T_н}{T_х} = \left(\frac{p_н}{p_х}\right)^{\frac{k-1}{k}},$$

то, помня, что $p_х = p_г$ и $p_н = p_a$, нетрудно вывести следующее равенство:

$$\frac{T_a}{T_н} = \frac{T_г}{T_х}.$$

Таким образом,

$$\eta_t = 1 - \frac{T_н}{T_х} = 1 - \frac{T_a}{T_г}.$$

Окончательный результат получим, выразив отношение температур в конце и начале диффузора через отношение величин давления в этих точках:

$$\frac{T_г}{T_a} = \left(\frac{p_г}{p_a}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \varepsilon^{\frac{k-1}{k}},$$

где ε — степень повышения давления в диффузоре и компрессоре ВРД.

Таким образом, термический к. п. д. идеального воздушно-реактивного двигателя равен:

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\frac{k-1}{k}}}.$$

Под полетным к. п. д. воздушно-реактивной установки понимают отношение полезной работы, затрачиваемой на передвижение реактивной установки, ко всей располагаемой энергии. Полезная работа равна:

$$L_п = PW_н.$$

Располагаемая энергия включает в себя, кроме этой величины, также и неиспользованную энергию газов, покидающих сопло с избытком скорости ($W_a - W_н > 0$).

Величина неиспользованной энергии:

$$L_{вых} = \frac{G}{g} \frac{(W_a - W_н)^2}{2}.$$

Следовательно, полетный к. п. д. будет.

$$\eta_{п} = \frac{L_{п}}{L_{п} + L_{вых}} = \frac{PW_{н}}{PW_{н} + \frac{G}{g} \frac{(W_a - W_{н})^2}{2}},$$

но

$$P = \frac{G}{g}(W_a - W_{н}).$$

Произведя сокращение на эту величину, придем к выражению:

$$\eta_{п} = \frac{2W_{н}}{W_a + W_{н}} = \frac{2}{\frac{W_a}{W_{н}} + 1}.$$

Разумеется, полетным к. п. д. не оценивается степень использования тепла в реактивной установке. Для идеального воздушно-реактивного двигателя степень использования тепла характеризуется полным к. п. д., равным произведению полетного и термического к. п. д.:

$$\eta_{общ} = \eta_{п}\eta_{t}.$$

В реальном ВРД следует принять во внимание еще внутренний к. п. д., учитывающий потери в двигателе (в диффузоре, компрессоре, турбине и т. д.). Тогда полный к. п. д. будет равен:

$$\eta_{общ} = \eta_{вн}\eta_{п}\eta_{t}.$$

Следует отметить, что при расчете и оценке воздушно-реактивных двигателей обычно не определяют коэфициентов полезного действия, а пользуются суммарной характеристикой экономичности—удельной тягой.

ГЛАВА VII

ПРЯМОТОЧНЫЙ ВОЗДУШНО-РЕАКТИВНЫЙ ДВИГАТЕЛЬ

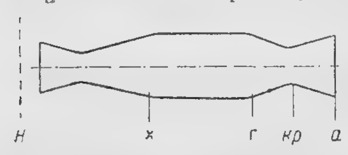
Прямоточный воздушно-реактивный двигатель работает, как указывалось, за счет скоростного наддува. Во входном участке двигателя происходит преобразование скоростного напора набегающего потока в давление, т. е. динамическое сжатие воздуха. В камеру сгорания подводится тепло, и образующаяся смесь сжатого воздуха с продуктами сгорания нагревается. Наконец, в выходном сопле нагретые газы расширяются до атмосферного давления; здесь давление преобразуется в скоростной напор.

Если давление в выходном отверстии равно атмосферному, то, согласно равенству (80), реактивная сила равна приросту количества движения подогретой массы газа:

$$P = \frac{G_в}{g}(W_a - W_н), \qquad (173)$$

где $G_в$ — секундный весовой расход воздуха (расходом горючего $G_г$ ввиду незначительной его величины обычно пренебрегают).

W_a и $W_н$ — скорость, соответственно, истечения и полета.



Фиг. 71. Принципиальная схема воздушно-реактивного двигателя для сверхзвуковой скорости

Экономичность двигателя будем характеризовать удельной тягой, т. е. отношением реактивной силы к секундному расходу горючего:

$$J = \frac{G_в}{G_г} \cdot \frac{W_a - W_н}{g}. \qquad (174)$$

Наиболее совершенный цикл работы прямоточного воздушно-реактивного двигателя, как указывалось в гл. VI, был бы получен в том случае, если бы сжатие воздуха во входном участке $н - х$ (фиг. 71) осуществлялось по адиабате Пуассона и скорость потока была бы доведена до нуля, а подвод тепла в камеру сгорания $х - г$ происходил бы при постоянном давлении, после чего выхлопная смесь расширялась бы в сопле до атмосферного давления также по адиабатическому закону Пуассона.

Прямоточный воздушно-реактивный двигатель, работающий по указанному совершенному циклу, мы назовем „идеальным".

Прежде чем перейти к исследованию двигателя этого типа, выразим все основные величины, характеризующие поток газа, через коэфициент скорости:

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2, \tag{175a}$$

где T_0 — температура адиабатически заторможенного газа.

$$\frac{p}{p_0} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}, \tag{175b}$$

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2\right)^{\frac{1}{k-1}}, \tag{175c}$$

где p_0 и ρ_0 — давление и плотность в идеально заторможенном газе (p_0—полное давление),

k — показатель адиабаты Пуассона.

Напомним расчетные формулы для критической скорости:

$$a_{кр} = \sqrt{\frac{2k}{k+1} gRT_0} = \sqrt{\frac{2k}{k+1}\frac{p_0}{\rho_0}}$$

и числа Маха:

$$M^2 = \frac{\frac{2}{k+1}\lambda^2}{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda^2}.$$

Эти зависимости справедливы лишь для газа, подчиняющегося уравнению состояния Клапейрона, и при условии постоянства теплоемкости.

Рассмотрим теперь основные особенности идеального прямоточного двигателя, работающего на расчетном режиме, т. е. при $p_a = p_н$.

Полное давление в камере сгорания может быть найдено из уравнения Бернулли, которое интегрируется в этом случае с помощью адиабаты Пуассона:

$$\frac{k}{k-1}\frac{p_н}{\rho_н}\left[\left(\frac{p_0}{p_н}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right] = \frac{W_н^2}{2}. \tag{176a}$$

Скорость истечения найдется из аналогичного выражения:

$$\frac{k}{k-1}\frac{p_н}{\rho_a}\left[\left(\frac{p_0}{p_н}\right)^{\frac{k-1}{k}} - 1\right] = \frac{W_a^2}{2}. \tag{176b}$$

Отсюда мы получим основной закон:

$$\rho_{н} \frac{W_{н}^2}{2} = \rho_a \frac{W_a^2}{2}. \tag{177}$$

Итак, в идеальном бескомпрессорном воздушно-реактивном двигателе скоростной напор потока в выхлопном отверстии равен скоростному напору полета.

Используя формулу (175b), получим для идеального двигателя ($p_{0\,х} = p_{0\,г}$; $p_a = p_{н}$) еще один важный результат:

$$\lambda_a = \lambda_{н}, \tag{178}$$

т. е. равенство коэфициентов скорости в выходном отверстии двигателя и в набегающем невозмущенном потоке.

Отсюда вытекает также и равенство чисел Маха полета и истечения:

$$M_a = M_{н}. \tag{179}$$

Соотношения (177), (178) и (179) справедливы для идеального двигателя как при дозвуковой, так и при сверхзвуковой скорости полета.

В реальном двигателе, в связи с потерями давления во входном и выходном участках и в камере сгорания, скоростной напор на выхлопе будет ниже скоростного напора полета:

$$\rho_a \frac{W_a^2}{2} < \rho_{н} \frac{W_{н}^2}{2}.$$

По этой же причине число Маха и коэфициент скорости в выходном отверстии будут иметь меньшие значения, чем в набегающем потоке:

$$M_a < M_{н}; \quad \lambda_a < \lambda_{н}.$$

Таким образом, увеличение скорости истечения по сравнению со скоростью полета получается не в результате увеличения скоростного напора в двигателе, а за счет уменьшения плотности газа при подогреве.

Соотношения (177) и (178) приводят к простой расчетной формуле для скорости истечения в идеальном двигателе:

$$W_a = W_{н} \sqrt{\frac{\rho_{н}}{\rho_a}} = W_{н} \frac{a_{кр.\,г}}{a_{кр.\,х}}, \tag{180}$$

где $a_{кр.\,г}$, $a_{кр.\,х}$ — критическая скорость газа соответственно после и до подогрева.

Из этой формулы следует, что отношение скорости истечения к скорости полета для идеального двигателя пропорцио-

нально корню квадратному из отношения температур торможения, взятых в конце и начале камеры сгорания:

$$\frac{W_a}{W_н} = \sqrt{\frac{T_{0\,г}}{T_{0\,х}}}. \qquad (181)$$

Следует подчеркнуть при этом, что температура торможения в начале камеры сгорания может быть подсчитана по формуле (175а) как функция температуры в атмосфере и коэфициента скорости полета:

$$\frac{T_н}{T_{0\,х}} = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_н^2,$$

а температура торможения в конце камеры сгорания определяется расходом горючего в двигателе и расходом воздуха:

$$G_г = \frac{c_p(T_{0\,г} - T_{0\,х})}{\varphi H_u} G_в, \qquad (182)$$

где H_u — теплотворная способность горючего,

φ — коэфициент полноты сгорания.

Приведенных формул вполне достаточно для расчета реактивной силы и удельной тяги идеального прямоточного ВРД.

Интересна одна особенность прямоточного воздушно-реактивного двигателя: если сохранять неизменной температуру в камере сгорания, то величина реактивной тяги вначале возрастает с увеличением скорости полета, а затем, пройдя через максимум, начинает убывать и при некотором значении скорости падает до нуля. Объясняется это тем, что возрастание скорости полета вызывает увеличение температуры торможения в начале камеры ($T_{0\,х}$), но при этом для сохранения неизменной температуры торможения в конце камеры сгорания приходится уменьшать подвод тепла.

В том случае, когда температура торможения в набегающем потоке станет равной предельно допустимой температуре в двигателе ($T_{0\,х} = T_{0\,г}$), подвод тепла придется прекратить. При этом величина тяги упадет до нуля.

Из формулы (175а) получается следующее условие исчезновения тяги как для дозвукового, так и для сверхзвукового идеального двигателя:

$$\frac{T_н}{T_{0\,х}} = \frac{T_н}{T_{0\,г}} = 1 - \frac{k-1}{k+1} \lambda_{0\,н}^2;$$

отсюда коэфициент скорости полета, при которой идеальный двигатель перестает развивать тягу, будет равен:

$$\lambda_{0\,н} = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}\left(1 - \frac{T_н}{T_{0\,г}}\right)}.$$

Расчеты показывают, что скорость полета, при которой тяга идеального двигателя имеет максимальное значение, всегда близка к скорости полного прекращения тяги.

Для значения температуры в камере сгорания $\sim 1500°$ Ц скорость максимальной тяги отличается от скорости нулевой тяги всего на 30%, что свидетельствует о быстром падении тяги со скоростью за областью максимума тяги.

Иначе говоря, прямоточный ВРД нецелесообразно эксплоатировать при скорости полета, заметно превышающей скорость максимальной тяги.

В отличие от реактивной силы, удельная тяга идеального двигателя, как показывают расчеты по приведенным формулам, обращается в нуль только при бесконечно большой скорости полета $\left(\lambda^2 = \frac{k+1}{k-1}\right)$. Это объясняется тем, что в точке, соответствующей исчезновению реактивной силы, расход горючего также равен нулю.

Обнаруженные особенности идеального двигателя имеют лишь сравнительное значение, поскольку реальный двигатель может значительно отличаться от него.

Протекание воздуха в реальном двигателе сопровождается потерями давления, в связи с чем в действительности реактивная сила и удельная тяга будут всегда меньше, чем при идеальном цикле.

Снижение реактивной силы вызывается тем, что падение давления, а следовательно, и плотности воздуха в двигателе, сопровождается уменьшением как скорости истечения, так и суммарного расхода воздуха.

Если учесть потери давления коэфициентом $\sigma = \frac{p_{0\,c}}{p_{0\,н}}$, выражающим отношение истинного полного давления на выхлопе к идеальному, то коэфициент скорости истечения можно будет связать с коэфициентом скорости полета, основываясь на равенстве (175b):

$$\sigma\left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_a^2\right)^{\frac{k}{k-1}} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_н\right)^{\frac{k}{k-1}}. \qquad (183)$$

Иначе говоря, при заданных скорости полета и температуре в камере сгорания скорость истечения зависит непосредственно только от полного давления газов в выходном сопле.

Введем в рассмотрение коэфициент потери скорости в двигателе:

$$\Delta\lambda = \lambda_н - \lambda_a = f(\sigma, \lambda_н).$$

Как показали многочисленные расчеты, величина $\Delta\lambda$ обычно не превосходит 15% значения коэфициента скорости полета (даже в тех случаях, когда на очень большой сверхзвуковой скорости полета истинное давление в двигателе из-за волнового сопротивления бывает в 8—10 раз ниже идеального, т. е. получается $\sigma = 0{,}1 \div 0{,}12$).

Весовой расход воздуха в двигателе заданных размеров пропорционален плотности воздуха, т. е. при одинаковой температуре пропорционален полному давлению; поэтому тяга реального двигателя может быть следующим образом выражена через тягу идеального двигателя:

$$P = P_0 \sigma \left[1 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda_н \left(1 - \sqrt{\frac{T_{0х}}{T_{0г}}}\right)}\right]. \tag{184}$$

Расчетные формулы для идеальной тяги P_0 были даны выше. Для вычисления истинной тяги P нужно дополнительно определить коэфициент давления σ и, зная его величину, найти коэфициент потери скорости $\Delta\lambda$.

Полный коэфициент давления, характеризующий данный двигатель в целом, может быть представлен как произведение частных коэфициентов, каждый из которых является функцией потерь давления в отдельном элементе двигателя:

$$\sigma = \sigma_д \sigma_х \sigma_г \sigma_с ; \tag{185}$$

здесь $\sigma_д = \frac{p_{0д}}{p_0}$ — отношение истинного полного давления после преобразования сверхзвуковой скорости в дозвуковую к давлению идеального торможения;

$\sigma_х = \frac{p_{0х}}{p_{0д}}$ — коэфициент, учитывающий падение полного давления к началу подогрева воздуха в камере сгорания; $p_{0х}$ вычисляется с учетом гидравлических сопротивлений в дозвуковой части диффузора и в устройствах камеры сгорания (регистры, экраны, форсунки, завихрители и др.), которые обычно обтекаются еще неподогретым воздухом;

$\sigma_г = \frac{p_{0г}}{p_{0х}}$ — учитывает падение полного давления, связанное с подогревом газа в камере сгорания,

$\sigma_с = \frac{p_{0с}}{p_{0г}}$ — коэфициент, характеризующий падение полного давления за счет потерь в выходном сопле двигателя.

Удельная тяга реального двигателя отличается от удельной тяги идеального только вследствие изменения скорости истечения, так как уменьшение расхода воздуха отражается одинаково как на тяге, так и на расходе горючего. Поэтому действительная удельная тяга выражается через идеальную следующим образом:

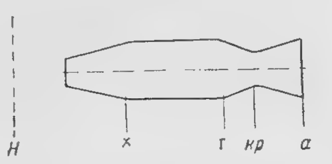
$$J = J_0 \left[1 - \frac{\Delta\lambda}{\lambda_н \left(1 - \sqrt{\frac{T_{0\,х}}{T_{0\,г}}} \right)} \right]. \quad (186)$$

Величина же удельной тяги для идеального двигателя J_0 может быть найдена по приведенным выше формулам.

В рассмотренном выше идеальном цикле работы прямоточного воздушно-реактивного двигателя процессы сжатия воздуха во входном диффузоре, как и процессы расширения в выходном сопле, предполагались изоэнтропийными.

Однако только расширение газа при переходе от состояния покоя к движению со сверхзвуковой скоростью можно осуществить с очень малыми потерями давления, т. е. практически по адиабате Пуассона; для этого следует лишь подобрать достаточно плавную форму сопла Лаваля. Наоборот, сжатие воздуха за счет постепенного уменьшения скорости от сверхзвукового ее значения до нулевого не удается произвести без больших потерь энергии. Переход от сверхзвуковой скорости к дозвуковой всегда осуществляется скачками и сопровождается ударным повышением давления, температуры, плотности газа и энтропии.

В струе с постоянной скоростью, т. е. в одномерном случае, происходит прямой скачок уплотнения, плоскость которого расположена нормально к вектору скорости.

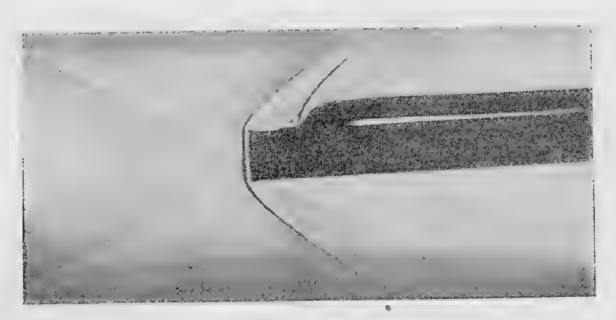


Фиг. 72. Схема воздушно-реактивного двигателя с простейшим диффузором

Перед входным отверстием воздушно-реактивного двигателя с диффузором простейшего „дозвукового" типа (фиг. 72) также нужно ожидать именно прямого скачка уплотнения. На фиг. 73, где представлена фотография обтекания воздухом полого тела при значении числа Маха 2,25, отчетливо виден прямой скачок уплотнения в центральной части головной ударной волны, как раз перед входным отверстием тела.

На основании изложенного можно считать, что восстановление давления, которое можно ожидать в воздушно-реактивном двигателе с простым диффузором при сверхзвуковом полете, будет отвечать не адиабате Пуассона, а „ударной" адиабате.

Исследуем работу воздушно-реактивного двигателя с простым диффузором, т. е. будем считать, что перед входом струи воздуха в прямоточный воздушно-реактивный двигатель (см. фиг. 72) в ней происходит прямой скачок уплотнения при скорости потока, равной скорости полета. Всеми другими потерями (кроме ударных) будем в этом случае пренебрегать. Расчеты показывают, что уже при скорости полета, превосходящей в полтора раза скорость звука, потери в дозвуковом тракте двигателя и выходном сопле значительно меньше, чем в прямом скачке уплотнения. Поэтому рассматриваемый режим работы двигателя будет близок к реальному.



Фиг. 73. Фотография обтекания полого тела при $M=2{,}25$

Будем считать, что в диффузоре двигателя происходит полное торможение потока, т. е. скоростью газа в камере сгорания можно пренебречь:

$$W_{\text{х}} \approx 0; \quad W_{\text{г}} \approx 0.$$

Гидравлическим сопротивлением диффузора пренебрежем.

Тогда повышение давления в дозвуковой части входного участка (за областью скачка) будет происходить по адиабате Пуассона и с учетом уравнения Прандтля (106) и равенства (175b) может быть представлено так:

$$\frac{p_1}{p_{0\,\text{х}}} = \left(1 - \frac{k-1}{k+1}\frac{1}{\lambda_{\text{н}}^2}\right)^{\frac{k}{k-1}}. \tag{187}$$

Уменьшение полного давления за счет потерь в прямом скачке уплотнения в сравнении с идеальным процессом учитывается соответствующим значением коэфициента давления по выражению (139):

$$\sigma_{\text{п}} = \frac{p_{0\,\text{х}}}{p_0} = \lambda_{\text{н}}^2 \left(\frac{1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_{\text{н}}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1}\frac{1}{\lambda_{\text{н}}^2}}\right)^{\frac{1}{k-1}}. \tag{188}$$

Температура торможения в данном случае, ввиду отсутствия теплообмена, подчиняется тому же закону (174), что и в идеальном процессе. Плотность заторможенного воздуха определяется формулой (140):

$$\frac{\rho_{0\,x}}{\rho_{н}} = \frac{\lambda_{н}^{2}}{\left(1 - \frac{k-1}{k+1}\frac{1}{\lambda_{н}^{2}}\right)^{\frac{1}{k-1}}}.$$

При бесконечно большой скорости полета, как указывалось выше, коэфициент скорости имеет предельное значение $\lambda_{н}^{2} = \frac{k+1}{k-1}$, чему соответствует следующее максимальное возможное повышение плотности газа при торможении струи:

$$\left|\frac{\rho_{0\,x}}{\rho_{н}}\right|_{max} = \frac{\frac{k+1}{k-1}}{\left[1 - \left(\frac{k-1}{k+1}\right)^{2}\right]^{\frac{1}{k-1}}};$$

при $k = 1{,}4$ имеем $\rho_{0\,x} = 6{,}45\,\rho_{н}$.

Итак, в прямоточном реактивном двигателе с простым диффузором плотность воздуха никогда не будет превосходить более, чем в 6,5 раза, плотность окружающего атмосферного воздуха, хотя давление торможения при неограниченном увеличении скорости полета стремится к бесконечно большой величине. В отличие от этого в идеальном двигателе плотность воздуха в камере сгорания принципиально может возрастать до бесконечности, так же как и давление.

Кривая зависимости давления заторможенного воздуха (k=1,4) от числа Маха полета приведена на фиг. 74, на которой для сравнения дана также кривая полного давления, получаемого в идеальном случае[1].

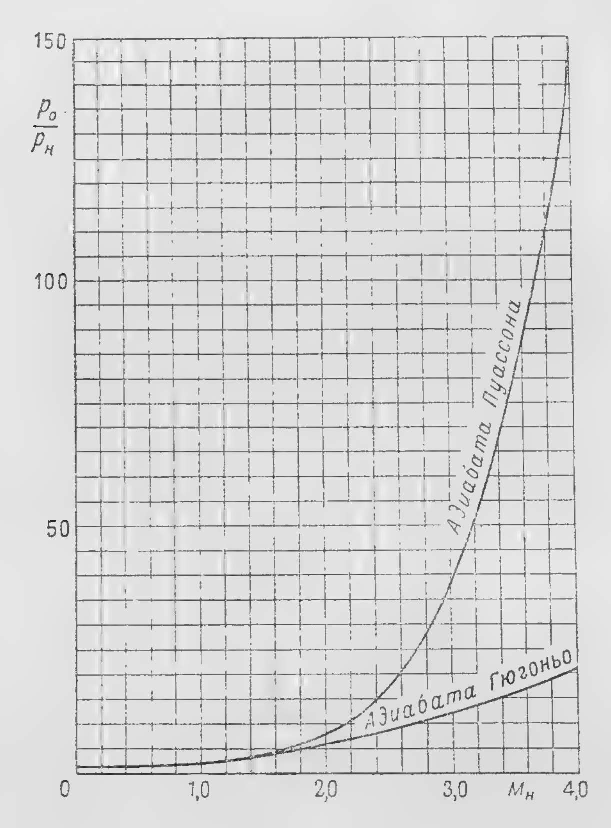
Поскольку скорости воздуха в камере сгорания двигателя сравнительно невелики, подвод тепла к потоку не может вызвать существенного падения полного давления. Гидравлические потери в устройствах камеры сгорания по сравнению с потерями в скачке уплотнения также относительно малы. Поэтому полное

---

[1] Здесь, как и в дальнейшем, для большей наглядности интересующие нас характеристики будут представляться в функции числа Маха, хотя расчеты удобнее вести с помощью коэфициента скорости. Соответствующий переход от λ к M производится посредством формулы (178).

давление в камере сгорания двигатели можно считать практически неизменным:

$$p_{0\,\text{х}} = p_{0\,\text{г}} = p_{0\,\text{с}}.$$



Фиг. 74. Зависимость давления торможения от числа Маха

Изменяются только температура торможения $T_{0\,\text{г}} > T_{0\,\text{х}}$, плотность воздуха и критическая скорость:

$$\frac{\rho_{0\,\text{г}}}{\rho_{0\,\text{х}}} = \frac{T_{0\,\text{х}}}{T_{0\,\text{г}}}; \quad \frac{a_{\text{кр. г}}}{a_{\text{кр. х}}} = \sqrt{\frac{T_{0\,\text{г}}}{T_{0\,\text{х}}}}.$$

Рассмотрим теперь истечение газа из двигателя через выходное сопло Лаваля. Как известно, максимальное значение реактивной силы получается в расчетном сопле Лаваля, т. е. когда в нем происходит полное расширение газа до атмосферного давления на выходном срезе.

В этом случае, если пренебречь тепловыми и гидравлическими потерями в сопле, для отыскания коэфициента скорости истечения можно использовать зависимости (188) и (183), которые дают λ_a, как функцию $\lambda_н$.

Ввиду неодинаковости процессов сжатия на входе и расширения на выходе ($\sigma < 1$) коэфициент скорости истечения в реальном двигателе, в отличие от идеального, меньше коэфициента скорости полета ($\lambda_a < \lambda_н$).

Скорость истечения из двигателя получается, как произведедение ее коэфициента на критическую скорость подогретого газа:

$$W_a = \lambda_a a_{кр.\,г}. \tag{189}$$

Вследствие того, что рассматривается сверхзвуковой режим работы двигателя, весовой расход воздуха целесообразно определять по формуле (90):

$$\frac{G}{g} = \left(\frac{kg}{R}\right)^{\frac{1}{2}} \left(\frac{2}{k+1}\right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}} F_{кр} \frac{p_{0\,г}}{\sqrt{T_{0\,г}}}. \tag{190}$$

В случае воздуха ($k = 1{,}4$; газовая постоянная $R = 29{,}23$) имеем согласно (91):

$$G = 0{,}336\, F_{кр} \frac{p_{0\,г}}{\sqrt{T_{0\,г}}}\ кг/сек. \tag{191}$$

При расчете идеального двигателя ($G = G_0$) на основании зависимости (175b) следует полагать:

$$p_{0\,г} = p_{0\,н} = \frac{p_н}{\left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_н^2\right)^{\frac{k}{k-1}}}.$$

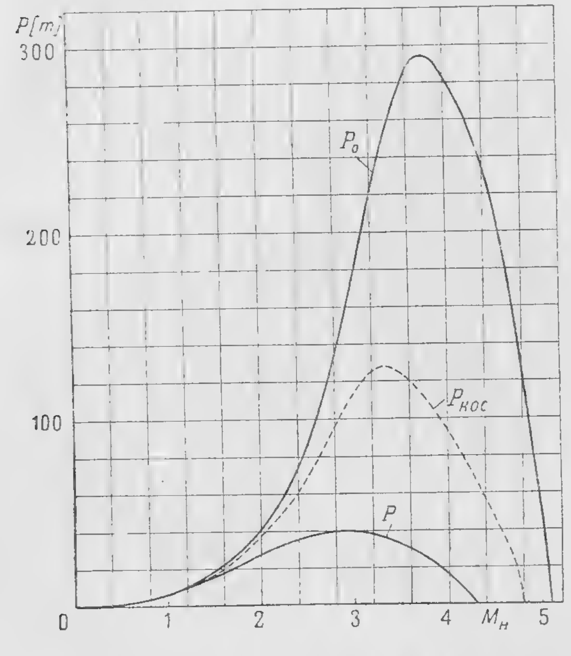
В реальном двигателе, очевидно, имеет место:

$$G = \sigma G_0. \tag{192}$$

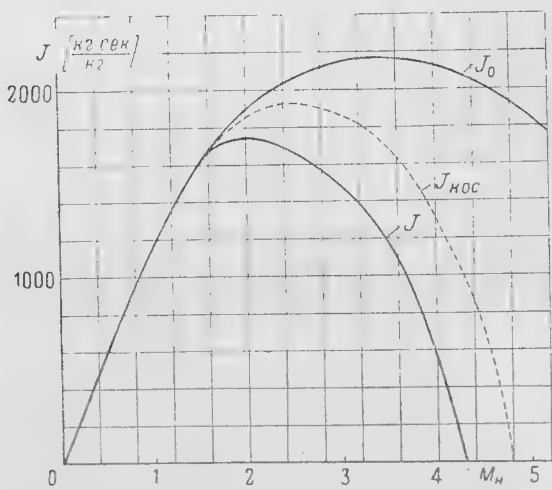
Подставляя результаты, полученные по формулам (182), (188), (189), (191) и (192), непосредственно в равенства (172) и (173) или пользуясь выражениями (184) и (186), определяют реактивную силу и удельную тягу реального прямоточного реактивного двигателя.

Кривые зависимости реактивной тяги и удельной тяги для рассматриваемого двигателя (при прямом скачке уплотнения на входе и отсутствии прочих потерь) от числа Маха полета для постоянной температуры в камере сгорания $T_{0\,г} = 1500°$ Ц представлены на фиг. 75 и 76. Здесь приведены также соответствующие зависимости для идеального двигателя. В обоих случаях приняты: площадь критического сечения $F_{кр} = 1\ м^2$ и коэфициент полноты сгорания $\varphi = 1{,}0$.

Из диаграмм фиг. 75 и 76 видно, что на рабочих режимах ($P < P_{max}$) реактивная тяга у идеального двигателя получается в несколько раз больше, чем у реального, тогда как удельные



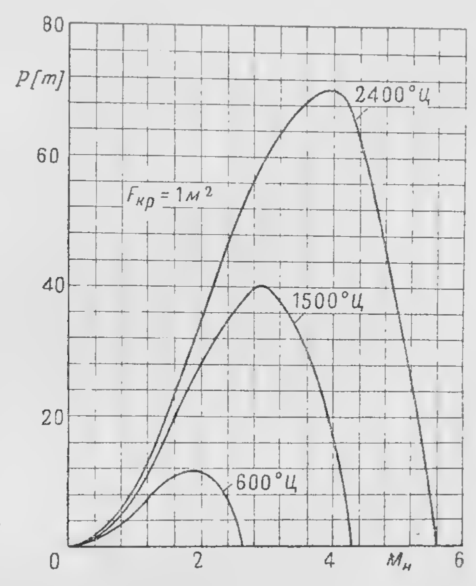
Фиг. 75. Зависимость реактивной тяги от числа Маха для идеального и реального двигателей



Фиг. 76. Зависимость удельной тяги от числа Маха для идеального и реального двигателей

тяги отличаются при этом не более, чем в 1,5 раза. Объясняется это главным образом тем, что через идеальный двигатель тех же размеров при той же скорости полета проходит значитель-

но большее количество воздуха, чем через реальный двигатель, так как плотность воздуха в камере сгорания идеального двигателя получается гораздо выше. На удельную же тягу это, естественно, не влияет. Нетрудно видеть, что, в отличие от идеального, у реального двигателя реактивная сила и удельная тяга



Фиг. 77. Зависимость тяги прямоточного воздушно-реактивного двигателя от скорости полета в случае прямого скачка уплотнения на входе

обращаются в нуль на одном и том же режиме, а именно, когда скорость истечения становится равной скорости полета. Этот режим в реальном двигателе не соответствует прекращению подогрева газа, так как некоторое количество тепла должно быть подведено для компенсации гидравлических потерь.

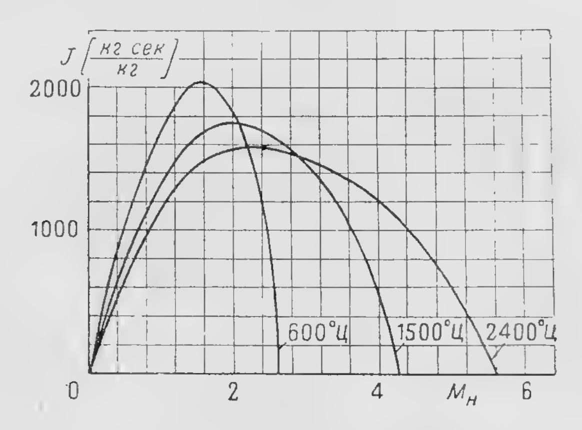
Изменение тяги реального двигателя со скоростью полета для трех значений температуры в камере сгорания показано на фиг. 77. Аналогичные кривые для удельных тяг представлены на фиг. 78.

Для обеих групп кривых принята температура наружного воздуха $t_н = 15°$ Ц, давление в атмосфере $p_н = 760$ *мм* рт. ст. и коэфициент адиабаты Пуассона $k = 1{,}4$.

Во всех случаях с ростом скорости реактивная сила сначала растет, а после того, как достигнет максимального значения, быстро падает. Это делает практически невозможной работу двигателя на скорости, заметно превосходящей скорость максимальной тяги, т. е. суживает область скоростей полета, для которых пригоден прямоточный воздушно-реактивный двигатель. Максимальное значение удельной тяги достигается на меньшей скорости, нежели при максимальном значении реактивной силы. Потери в скачке уплотнения, интенсивно возрастающие с увеличением ско-

рости полета, сначала приводят к ухудшению экономичности воздушно-реактивного двигателя, а затем уже к существенному снижению его мощности.

Влияние температуры на максимальную величину удельной тяги, как видно из фиг. 78, невелико. Максимумы удельной тяги лежат в области скоростей полета порядка $M_н = 2$, причем вблизи максимумов кривые протекают настолько полого, особенно для высоких температур, что экономичность двигателя на режиме максимальной тяги получается не намного меньше оптимальной.



Фиг. 78. Зависимость реальной тяги прямоточного воздушно-реактивного двигателя от скорости полета при прямом скачке уплотнения на входе

Выше нами были получены предельные характеристики прямоточного двигателя, которые достигнуты при простейшем цикле, когда сжатие воздуха при торможении сверхзвукового потока начинается с прямого скачка уплотнения.

В действительности в таком двигателе рабочие характеристики будут несколько хуже, чем в рассмотренном случае, ввиду неизбежности разных дополнительных потерь энергии, из которых важнейшими являются потери в камере сгорания, диффузоре и сопле Лаваля. Однако многочисленные расчеты показывают, что на скорости полета, соответствующей $M_н > 1{,}5$, учет этих потерь приводит к изменению тяги и экономичности прямоточного двигателя не более чем на 10—15%. Поэтому при предварительных расчетах можно пренебрегать, как это было сделано нами раньше, всеми потерями, кроме волновых.

Если бы за счет придания диффузору двигателя специальной формы удалось сделать поток на входе не одномерным и притом таким, чтобы соответствующая система скачков уплотнения получалась более выгодной, чем прямой скачок, то давление в ка-

мере сгорания можно было бы получить более высоким, чем в рассмотренном простейшем случае, за счет чего реактивная сила и удельная тяга возросли бы и приблизились к соответствующим значениям для идеального цикла.

Рассмотрим, например, прямоточный ВРД со сверхзвуковым диффузором, осуществляющим торможение потока посредством системы трех скачков (два косых + прямой). Будем считать, что диффузор является регулируемым, причем на каждой скорости устанавливается оптимальная система скачков.

Всеми потерями, кроме волновых, пренебрежем. В этом случае коэфициент давления в двигателе можно брать по фиг. 52 (кривая *3*):

$$\sigma = \sigma_{д}$$

и вести расчет двигателя по формулам (184) и (186).

Рассчитанные таким образом кривые реактивной силы и удельной тяги нанесены пунктиром на фиг. 75 и 76. Как видим, сверхзвуковой диффузор с косыми скачками уплотнения обеспечивает прямоточному ВРД значительно лучшие данные, чем простой диффузор (с прямым скачком).

При расчетах прямоточного ВРД мы полагали, что потерями внутри двигателя можно пренебречь ($p_{0\,х} = p_{0\,г}$), так как они малы по сравнению с потерями в скачке уплотнения. Указанное допущение справедливо, когда речь идет об анализе общих свойств двигателей данного типа и сопоставлении их с двигателями иных схем. При расчете же и конструировании конкретного двигателя пренебрегать потерями уже нельзя. Ради уменьшения внешнего сопротивления стремятся сделать поперечное сечение двигателя возможно меньшим. Однако сокращение миделя приводит к проигрышу в полном давлении внутри двигателя. Сравнительные расчеты показывают, что оптимальное соотношение внутреннего и внешнего сопротивлений в прямоточном ВРД выполняется при условии, когда поперечное сечение камеры сгорания больше критического сечения выходного сопла примерно на 20 ÷ 40%:

$$\frac{F_{г}}{F_{кр}} = 1{,}2 \div 1{,}4\,.$$

Заметим, что при камере сгорания малого сечения для работы на расчетном режиме необходимо делать выход из сопла Лаваля значительно шире камеры сгорания. Однако широкое сопло явится источником дополнительного лобового сопротивления. Если выходное сечение сопла уменьшить, то получится выигрыш в лобовом сопротивлении, но при этом несколько убавится реактивная тяга.

Как показывают расчеты, на очень большой сверхзвуковой скорости полета выгодно работать с укороченным (нерасчетным) соплом Лаваля, причем рекомендуется принимать

$$F_a \leqslant F_г .$$

Остановимся более детально на работе ВРД в нерасчетных условиях.

При всех предыдущих вычислениях мы полагали, что двигатель работает на расчетном режиме, т. е. что давление в плоскости выходного среза сопла (как в рабочей струе, так и во внешнем потоке) равно атмосферному. Однако такое условие выполняется лишь при одном значении скорости истечения, когда справедливо равенство (86):

$$f_a = \frac{F_a}{F_{кр}} = \frac{1}{\lambda_a}\left(\frac{\frac{2}{k+1}}{1-\frac{k-1}{k+1}\lambda_a^2}\right)^{\frac{1}{k-1}}.$$

С изменением скорости полета изменяется и коэфициент скорости истечения. По этой причине неизменное выходное сечение становится несоответствующим расчетному режиму. Можно выделить две области нерасчетных условий: первая — при недостаточной, вторая — при слишком большой площади выходного отверстия сопла.

В первом случае на срезе сопла Лаваля поддерживается постоянное значение скорости истечения, соответствующее равенству $\lambda_a = f(f_a)$ (как на расчетном режиме). Давление на срезе при этом будет выше атмосферного, ибо выходное сечение меньше расчетного, вследствие чего газ в сопле расширяется неполностью. Величина давления на срезе будет:

$$p_a = p_{0\,г}\left(1 - \frac{k-1}{k+1}\lambda_a^2\right)^{\frac{k}{k-1}}.$$

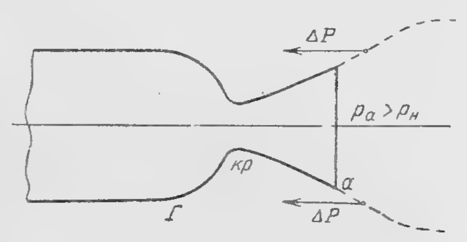
Чем меньше безразмерная площадь выходного отверстия (f_a), тем ниже коэфициент скорости (λ_a) и, следователяно, тем выше давление на срезе (p_a). Выходя из сопла, струя продолжает расширяться в атмосфере, а скорость потока растет. На фиг. 79 показаны границы струи, внутри которых среднее давление остается избыточным.

Если достроить сопло до расчетных размеров, то за счет того, что внутри дополнительной части господствует избыточное давление, получится прирост тяги ΔP.

Следовательно, при недостаточной площади входного отверстия тяга двигателя будет меньше, нежели на расчетном режиме.

Другая область работы сопла Лаваля отвечает тому случаю, когда площадь выходного отверстия больше расчетной, т. е. когда величина полного давления недостаточна для того, чтобы получить на выходе атмосферное давление.

Исследования Н. Д. Доброхотова показали, что на этом режиме сопло Лаваля заполнено сверхзвуковым потоком до самого среза, а давление здесь получается ниже атмосферного, т. е. сопло работает с переразрежением.



Фиг. 79. Работа сопла с избытком давления

При выходе струи в атмосферу в ней устанавливается сложная система скачков уплотнения, которая поддерживает разрежение на срезе сопла.

Наибольшее разрежение получается в том случае, когда на срезе сопла помещается прямой скачок уплотнения, который представляет собой нижнюю границу для системы скачков. При этом давление за скачком равно атмосферному, а перед скачком (на срезе) оно является минимальным возможным:

$$p_{\min} = p_{н}\ \frac{\lambda_a^2 - \dfrac{k-1}{k+1}}{1 - \dfrac{k-1}{k+1}\lambda_a^2}.$$

Например, при $\lambda_a = 1{,}63$ ($M_a = 2$) получается $p_{\min} = 0{,}22 p_{н}$. Такая работа на режиме переразрежения станет невозможна, если на выходе из сопла должно получиться давление ниже минимального:

$$p_a < p_{\min}.$$

В таком случае, как указывалось в § 3 гл. IV, скачок уплотнения переместится внутрь сопла Лаваля, давление на срезе сравняется с атмосферным и скорость истечения будет дозвуковой. Этот режим работы почти никогда не встречается и практического значения не имеет.

Иначе говоря, при недостатке давления, т. е. при слишком широком сопле, скорость на выходе будет такой же, как на расчетном режиме, а давление здесь, согласно приведенной формуле, будет ниже атмосферного; при этом в выходной части сопла Лаваля получается участок вакуума, на котором к стенкам приложена сила ΔP, направленная по потоку (фиг. 80).

Итак, на режиме переразрежения реактивная тяга будет ниже расчетной. Для увеличения тяги выгодно „отбросить“ участок переразрежения, укоротив сопло до расчетных размеров.

Таким образом, во всех случаях отклонения от расчетного режима реактивная сила будет меньше, нежели на расчетном режиме. В формуле (78) для реактивной тяги:

$$P = \frac{G}{g}\left(W_a - W_{н} \right) + \left(p_a - p_{н} \right) F_a ;$$

на режиме перерасширения второй член будет отрицательным ($p_a < p_{н}$), а на режиме избытка давления ($p_a > p_{н}$) — положительным.

Расчеты показывают, что отход от расчетных условий не влечет за собой значительного уменьшения реактивной тяги. Получается это потому, что изменение одного члена в формуле тяги компенсируется в значительной мере изменением другого члена.

Фиг. 80. Работа сопла с перерасширением

По этой причине в тех случаях, когда выходное сечение сопла больше, чем сечение камеры сгорания, в целях снижения лобового сопротивления, можно без особого ущерба для тяги укоротить сопло, приняв $F_а = F_г$, т. е. работая на нерасчетном режиме.

Теоретическое исследование автора показало, что величина $\frac{P}{F_a}$ достигает максимума при условии, когда скорость истечения в точности равна скорости полета ($W_a = W_{н}$), а давление на выходном срезе значительно выше расчетного ($p_a > p_{н}$); но на таком режиме тяга образуется только за счет избытка давления на срезе сопла;

$$P = (p_a - p_{н}) F_a .$$

В заключение напомним, что прямоточный ВРД является двигателем сверхзвуковой скорости; при малой скорости полета он неэффективен.

ГЛАВА VIII

ТУРБОРЕАКТИВНЫЙ ДВИГАТЕЛЬ

Повышение давления в прямоточном воздушно-реактивном двигателе достигается за счет динамического сжатия воздуха перед входом в двигатель и в его диффузоре. Такой двигатель, как мы видели, эффективен только при очень большой скорости полета и вовсе не способен развивать тягу на месте. Для получения в воздушно-реактивном двигателе на старте и при умеренной скорости полета достаточной тяги приходится применять механическое сжатие воздуха.

ВРД с механическим сжатием уже нашел широкое применение в современной авиации. Наиболее распространенным типом ВРД с механическим сжатием является турбореактивный двигатель (фиг. 7).

В этом двигателе воздух засасывается компрессором. После сжатия в компрессоре воздух поступает в камеру сгорания, откуда смесь разогретого воздуха и продуктов горения направляется на лопатки турбины. Обычно в турбине используется только часть энергии газов (для получения механической работы, потребной на вращение компрессора). Остальная (полезная) часть энергии газов преобразуется в кинетическую энергию вытекающей струи.

В случае, если весь избыток давления, имеющийся в камере сгорания, использовать на колесе турбины, двигатель перестанет развивать реактивную силу, но при этом мощность турбины будет больше мощности, потребляемой компрессором.

Работа сжатия 1 *кг* газа в компрессоре, как указывалось выше, равна:

$$L_к = \frac{k}{k-1} R T_{0д} \left[\left(\frac{p_{0х}}{p_{0д}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \frac{1}{\eta_к}.$$

Здесь $p_{0х}$, $p_{0д}$ — полное давление соответственно за и перед компрессором;

$\eta_к$ — к. п. д. компрессора;

$T_{0д}$ — температура торможения перед компрессором.

Если пренебречь отводом тепла в диффузоре, то можно считать, что $T_{0\,д} = T_{0\,н}$. Условимся под степенью сжатия газа в компрессоре понимать отношение значений полного давления газа за и перед компрессором:

$$\varepsilon_к = \frac{p_{0\,х}}{p_{0\,д}}.$$

Иногда степенью сжатия газа считают отношение соответствующих значений статического давления. В случае малой скорости потока эти оба отношения практически совпадают.

Под степенью расширения в турбине будем понимать отношение значений полного давления до и после турбины:

$$\varepsilon_т = \frac{p_{0\,г}}{p_{0\,с}}.$$

Отношение $\frac{\varepsilon_к}{\varepsilon_т} = \varepsilon_с$ будем называть степенью сжатия в сопле.

Работа расширения 1 *кг* газа в турбине равна:

$$L_т = \frac{k}{k-1} R T_{0\,с} \left[\left(\frac{p_{0\,г}}{p_{0\,с}} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right] \eta_т ;$$

здесь $T_{0\,с}$ — температура торможения за турбиной,
$\eta_т$ — к. п. д. турбины.

В турбореактивном двигателе работа турбины используется практически целиком на привод нагнетателя: $L_т \approx L_к$. Если пренебречь небольшими изменениями газовой постоянной и показателя адиабаты, то будем иметь:

$$\frac{T_{0\,д}\left(\varepsilon_к^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)}{\eta_к} = T_{0\,с}\left(\varepsilon_т^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)\eta_т .$$

Обычно температура заторможенного газа в выходном сопле значительно выше температуры заторможенного газа в диффузоре ($T_{0\,с} > T_{0\,д}$).

Тогда из равенства работ нагнетателя и турбины вытекает, что степень сжатия воздуха в компрессоре выше степени расширения в турбине ($\varepsilon_к > \varepsilon_т$), т. е. имеется избыточное давление в реактивном сопле двигателя.

Итак, ТРД должен иметь:

$$\varepsilon_с = \frac{\varepsilon_к}{\varepsilon_т} > 1.$$

Это необходимо для того, чтобы скорость истечения из сопла W_a и, соответственно, реактивная тяга были достаточно велики (как на старте, так и в полете). Напомним формулу для тяги на старте:

$$P_{ст} = \frac{G_в}{g} W_a.$$

ТРД развивает обычно значительную стартовую тягу (при условии $\varepsilon_c > 1$). Существенной особенностью этого типа двигателя является также его нечувствительность к изменению плотности воздуха.

Плотность воздуха, поступающего в двигатель, заметно повышается с увеличением скорости полета, благодаря чему растет весовой расход воздуха в компрессоре[1].

Мощность, потребляемая компрессором, изменяется пропорционально весовому расходу. Если бы в качестве привода компрессора использовался обыкновенный поршневой мотор, то его мощности при большой скорости нехватало бы. В ТРД расход воздуха возрастает одновременно в компрессоре и в турбине. Следовательно, мощность турбины увеличивается пропорционально мощности компрессора, и поэтому недостатка в мощности на валу компрессора не будет.

Суммарная работа газа в двигателе складывается из работ расширения в турбине и в сопле:

$$\Sigma L = L_т + L_с \quad \text{или} \quad \Sigma L = L_к + L_с .$$

Таким образом, после использования некоторой доли энергии в турбинном колесе остальная ее часть (свободная) может быть использована в выходном сопле. Отсюда получается так называемая свободная мощность:

$$N_с = \frac{L_с}{75} .$$

Относительная доля свободной мощности составляет:

$$\frac{L_с}{\Sigma L} = 1 - \frac{L_к}{\Sigma L} .$$

Как известно, доля работы компрессора $\left(\frac{L_к}{\Sigma L}\right)$ равна примерно 75%, следовательно, на образование свободной мощности в ТРД тратится около четверти располагаемой энергии.

---

[1] Компрессор является объемной машиной, поэтому с изменением плотности газа меняется весовой расход, а объемный расход остается постоянным.

Произведем примерный расчет ТРД типа BMW-003 для стартового режима.

Исходные данные для расчета следующие:

Температура входящего воздуха	$T_{0\,д} = T_{0\,н} = 300°$ *абс*
Давление входящего воздуха	$p_{0\,д} = p_{0\,н} = 10330$ *кг/м²*
К. п. д. компрессора	$\eta_к = 0{,}8$
Степень сжатия в компрессоре	$\varepsilon_к = \frac{p_{0\,х}}{p_{0\,д}} = 3{,}5$
Газовая постоянная для воздуха	$R = 29{,}3$
Показатель адиабаты	$k = 1{,}4$
К. п. д. турбины	$\eta_т = 0{,}9$
Температура торможения в сопле	$T_{c\,c} = 850°$ *абс*
Ускорение силы тяжести	$g = 9{,}81$ *м/сек²*

Работа, необходимая для сжатия 1 *кг* воздуха в компрессоре:

$$L_к = 3{,}5 \cdot 29{,}3 \cdot 300\,(3{,}5^{0{,}286} - 1)\,\frac{1}{0{,}8} = 16500 \text{ кгм/кг}$$

Отсюда можно определить степень расширения газов в турбине:

$$\varepsilon_т^{0{,}286} - 1 = \frac{16500}{3{,}5 \cdot 29 \cdot 3 \cdot 850} = 0{,}19;$$

$$\varepsilon_т^{0{,}286} = 1{,}19; \quad \varepsilon_т = 1{,}85.$$

Избыток давления будет использовываться в реактивном сопле.

Степень расширения газа в сопле:

$$\varepsilon_c = \frac{\varepsilon_к}{\varepsilon_т} = \frac{3{,}5}{1{,}85} = 1{,}9.$$

Для достижения в сопле скорости звука (при $k = 1{,}4$) необходима степень расширения: $\varepsilon_c = 1{,}89$.

Поэтому в рассматриваемом случае скорость истечения будет примерно равна звуковой ($\lambda_a \approx 1$).

Абсолютная величина скорости истечения равна:

$$W_a = \lambda_a a_{кр.\,c}.$$

Здесь критическая скорость:

$$a_{кр.\,c} = \sqrt{\frac{2k}{k+1}\,gRT_{0\,c}} \approx 18{,}3\,\sqrt{T_{0\,c}}.$$

В нашем примере

$$W_a = a_{кр.\,c} = 18{,}3\,\sqrt{850} = 535 \text{ м/сек.}$$

Стартовая тяга, приходящаяся на 1 *кг* расхода воздуха, будет

$$\frac{P_{ст}}{G_в} = \frac{W_a}{g} = 55 \text{ кг/кг возд.}$$

Расход воздуха в двигателе BMW-003 примерно равен:

$$G_{в} = 16 \ кг/сек.$$

Таким образом, в этом двигателе (при $T_{0\,с} = 850°$ *абс*) должна получаться тяга на старте около:

$$P_{ст} = 55 \cdot 16 = 880 \ кг.$$

Выше указывалось, что механическую работу, сообщенную 1 *кг* воздуха в компрессоре, можно представить как прирост теплосодержания заторможенного газа:

$$AL_{к} = i_{0\,х} - i_{0\,д} = \Delta i_{к} .$$

Работа в турбине получается за счет падения теплосодержания:

$$AL_{т} = i_{0\,г} - i_{0\,с} = \Delta i_{т} ,$$

но так как $L_{к} = L_{г}$, то

$$\Delta i_{к} = \Delta i_{т} .$$

Итак, изменения теплосодержания воздуха в компрессоре и турбине примерно одинаковы.

В частном случае, когда теплоемкость газа в двигателе не меняется[1], перепад температуры торможения у компрессора и турбины будет один и тот же:

$$\Delta T_{к} = \Delta T_{г} .$$

Температура в камере сгорания лимитируется жаростойкостью лопаток турбины. Стремление к повышению температуры заставляет применять для лопаток высококачественные жаростойкие материалы или специальные методы охлаждения.

В современных ТРД температура за турбиной получается порядка $T_{0\,с} = 800 \div 1000°$ *абс*.

В камере сгорания температура будет выше на величину перепада температуры в турбине.

Для нахождения последнего подсчитаем равный ему перепад температуры в компрессоре:

$$\Delta T_{к} = \frac{AL_{к}}{c_p} = \frac{k}{k-1} \frac{AR}{c_p} T_{0\,д}\left(\varepsilon_{к}^{\frac{k-1}{k}} - 1\right) \frac{1}{\eta_{к}} .$$

Здесь

$$\frac{AR}{c_p} = \frac{c_p - c_v}{c_p} = \frac{k-1}{k} ,$$

---

[1] В дальнейшем будем полагать $c_p = \text{const}$.

следовательно,

$$\Delta T_{к} = T_{0\,д}\left(\varepsilon_{к}^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)\frac{1}{\eta_{к}}.$$

Если бы сжатие в компрессоре осуществлялось без потерь ($\eta_{к} = 1$), то было бы

$$\varepsilon_{к}^{\frac{k-1}{k}} = \left(\frac{p_{0\,х}}{p_{0\,д}}\right)^{\frac{k-1}{k}} = \left|\frac{T_{0\,х}}{T_{0\,д}}\right|_{ид}.$$

Введем обозначение для перепада температуры в идеальном случае:

$$\Delta T_{к.\,ид}.$$

В реальном компрессоре получим:

$$\Delta T_{к} = \frac{\Delta T_{к.\,ид}}{\eta_{к}}. \qquad (193)$$

Для нашего двигателя

$$\varepsilon_{к}^{\frac{k-1}{k}} = \left|\frac{T_{0\,х}}{T_{0\,д}}\right|_{ид} = 1{,}43,$$

откуда

$$\Delta T_{к.\,ид} = 0{,}43 T_{0\,д} = 130°,$$

и, следовательно,

$$\Delta T_{к} = \Delta T_{т} = \frac{\Delta T_{к.\,ид}}{\eta_{к}} = \frac{130}{0{,}8} = 160°.$$

Таким образом, максимальная температура в камере сгорания будет:

$$T_{0\,г} = T_{0\,с} + \Delta T_{т} = 850 + 160 = 1010°\ абс.$$

Определение температуры за турбиной может быть произведено без учета перепада температуры в компрессоре, так как он равен перепаду температуры в турбине:

$$T_{0\,с} = T_{0\,д} + \Delta T_{0}. \qquad (194)$$

Здесь ΔT_0 — прирост температуры в камере сгорания, который определяется только полнотой сгорания, родом горючего и коэфициентом избытка воздуха (если не учитывать термическую диссоциацию, которая в некоторой степени зависит от абсолютной температуры и абсолютного давления за компрессором).

В прямоточных ВРД при увеличении скорости полета, как было показано, происходит рост давления и начальной температуры в камере сгорания. Тяга при этом (в случае постоянства температуры горения) сначала растет, а затем, пройдя через максимум, убывает.

В ТРД наблюдается аналогичная картина. С ростом давления в камере сгорания (за счет механического сжатия) давление за турбиной увеличивается, вследствие чего возрастают скорость истечения и тяга. Однако этот процесс не беспределен. Постепенно рост тяги становится слабее, в некоторой точке она достигает максимума и затем падает до нуля. Дело в том, что увеличение степени сжатия в компрессоре влечет за собой повышение температуры газа, но при этом начальная температура в камере сгорания приближается к конечной (последняя имеет предел, зависящий от жаростойкости лопаток турбины).

В связи с этим при увеличении степени сжатия в компрессоре приходится снижать подачу горючего в двигатель.

Когда получается $T_{0\,х} = T_{0\,г}$, подачу горючего необходимо прекратить совсем, но тогда и тяга становится равной нулю. Этот режим ($P = 0$) наступает даже несколько раньше, ибо часть тепла расходуется на покрытие внутренних потерь.

Определим для одного случая зависимость тяги ВРД от степени сжатия в компрессоре. Пусть лопатки турбины выдерживают температуру $T_{0\,г} = 1\,000°$ *абс*; начальная температура в атмосфере $T_н = 300°$ *абс*. Расход воздуха $G_в = 16$ *кг/сек*. Будем определять стартовую тягу ($W_н = 0$; $T_{0\,д} = T_н$):

$$P_{ст} = \frac{G_в W_a}{g}; \quad W_a = \lambda_a a_{кр.\,с};$$

$$a_{кр.\,с} = 18{,}3\sqrt{T_{0\,с}}; \quad \frac{p_н}{p_{0\,с}} = \frac{1}{\varepsilon_с} = \left(1 - \frac{\lambda_a^2}{6}\right)^{3,5};$$

$$\Delta T_к = T_{0\,д}\left(\varepsilon_к^{0,286} - 1\right)\frac{1}{\eta_к} = T_{0\,с}\left(\varepsilon_т^{0,286} - 1\right)\eta_г.$$

Зная $T_{0\,д}$, $\varepsilon_к$ и задавшись значением к. п. д. компрессора $\eta_к = 0{,}8$, определяем $\Delta T_к$.

После этого находим температуру за турбиной:

$$T_{0\,с} = T_{0\,г} - \Delta T_к.$$

Затем задаемся к. п. д. турбины $\eta_т = 0{,}9$ и отыскиваем степень расширения газа в турбине $\varepsilon_т$.

Степень сжатия перед соплом будет:

$$\varepsilon_с = \frac{\varepsilon_к}{\varepsilon_т};$$

коэфициент скорости истечения:

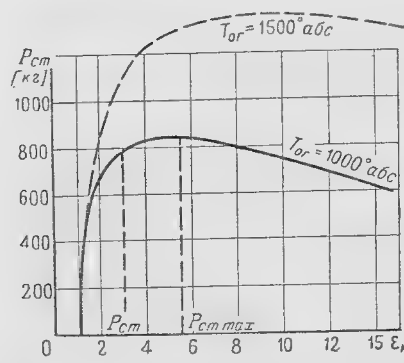
$$\lambda_a^2 = 6\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_с^{0,286}}\right).$$

Результаты подсчета сведем в таблицу:

$\varepsilon_к$	2	3	4	6	8	10	15
$\Delta T_к$ [°*абс*]	82,5	139	180	251	304	349	438
$T_{0\,с}$ [°*абс*]	918	861	820	749	696	651	562
λ_a	0,775	0,915	0,98	1,04	1,02	0,96	0,915
$a_{кр.\,с}$ [*м/сек*]	555	538	525	500	484	467	434
W_a [*м/сек*]	430	493	515	520	495	457	394
$P_{ст}$ [*кг*]	690	790	825	830	790	630	635

Повторим расчет для повышенной температуры в камере сгорания ($T_{0\,г} = 1\,500°$ *абс*), оставляя все прочие параметры неизменными:

$\varepsilon_к$	3	6	10	15
$T_{0\,с}$ [° *абс*]	1361	1249	1159	1062
λ_a	1,025	1,25	1,35	1,4
$a_{кр.\,с}$ [*м/сек*]	675	645	620	595
W_a [*м/сек*]	690	810	840	830
$P_{ст}$ [*кг*]	1100	1300	1350	1330



Фиг. 81. Зависимость стартовой тяги ТРД ($\eta_m = 0{,}9$; $\eta_k = 0{,}8$) от степени сжатия в компрессоре при различной температуре в камере сгорания

На фиг. 81 представлены кривые $P_{ст} = f(\varepsilon_к)$ для указанных двух значений $T_{0\,г}$. Как видим, сначала тяга сильно растет при увеличении $\varepsilon_к$, а затем мало изменяется. Поэтому не имеет смысла делать ТРД с очень высокой степенью сжатия. Увеличение степени сжатия компрессора влечет за собой усложнение его конструкции и увеличение веса, не давая, как видно по фиг. 81, существенного выигрыша в тяге.

В силу изложенных причин всегда выбирают степень сжатия

несколько меньше оптимальной. Выигрыш в весе, получаемый при этом, компенсирует некоторый недобор реактивной тяги.

С увеличением температуры в камере сгорания оптимальная степень сжатия повышается. В то время как при $T_{0\,г} = 1\,000°$ *абс* можно рекомендовать рабочую степень сжатия $\varepsilon_к = 3{,}0 \div 3{,}5$, при $T_{0\,г} = 1\,500°$ *абс* целесообразно повысить ее величину до $\varepsilon_к = 5 \div 8$. Более высокие значения $\varepsilon_к$ (при $T_{0\,г} = 1\,500°$) принимать не следует, так как при повышенной температуре в камере сгорания характеристика двигателя делается еще более пологой, нежели при низкой температуре.

Совершенство турбокомпрессорного устройства характеризуется коэфициентами полезного действия компрессора и турбины.

Будем пока рассматривать двигатель в условиях старта ($W_н = 0$; $p_н \approx p_{0\,д}$; $T_н = T_{0\,д}$). Для определения тяги нужно знать скорость истечения, которая зависит от температуры и степени расширения газа в реактивном сопле.

Рассмотрим двигатель, имеющий $\varepsilon_к = 3{,}5$ и $T_{0\,г} = 1\,000°$ *абс.*

Пусть значения к. п. д. изменяются.

Требуется определить сначала $\varepsilon_с = f(\eta_к\,;\ \eta_т)$.

На режиме старта ($T_{0\,д} = T_н = 300°$ *абс*) получаем следующее значение перепада температуры в компрессоре при идеальных условиях ($\eta_к = \eta_т = 1$):

$$\Delta\,T_{к.\,ид} = 300\,(3{,}5^{0{,}286} - 1) = 130°\ абс.$$

Истинный перепад температуры будет

$$\Delta\,T_к = \Delta\,T_т = \frac{130°}{\eta_к}\ абс.$$

Отсюда может быть определена необходимая степень расширения газа в турбине:

$$\varepsilon_т^{0{,}286} - 1 = \frac{\Delta\,T_т}{T_{0\,с}\,\eta_т} = \frac{\Delta\,T_{к.\,ид}}{T_{0\,с}\,\eta_к\,\eta_т}\,.$$

Определим температуру торможения в сопле:

$$T_{0\,с} = T_{0\,г} - \Delta\,T_т = T_{0\,г} - \frac{\Delta\,T_{к.\,ид}}{\eta_к}\,.$$

В нашем примере

$$T_{0\,с} = 1\,000° - \frac{130°}{\eta_к}\,,$$

откуда:

$$\varepsilon_{т}^{0,286}-1=\frac{130}{\left(1000-130\frac{1}{\eta_{к}}\right)\eta_{т}\,\eta_{к}}.$$

Таким образом, задаваясь величинами к. п. д. компрессора и турбины, можно найти потребный перепад давления в турбине, мощность; которой равна мощности компрессора.

При эффективной работе турбокомпрессорного устройства давление за турбиной должно быть выше, чем перед компрессором. В противном случае турбокомпрессорное устройство будет „лишним грузом“ для двигателя.

Следовательно, в нашем примере должно выполняться неравенство:

$$\varepsilon_{т}<\varepsilon_{к}=3{,}5.$$

Но так как при $\varepsilon_{к}=3{,}5$:

$$\varepsilon_{к}^{\frac{k-1}{k}}-1=0{,}43,$$

то

$$\varepsilon_{т}^{0,286}-1\leqslant 0{,}43.$$

Это означает, что к. п. д. компрессора и турбины не должны быть ниже некоторого определенного предела.

Для простоты будем оперировать средним значением к. п. д., характеризующим как турбину, так и компрессор:

$$\eta=\eta_{т}=\eta_{к}.$$

Тогда в рассматриваемом случае будет:

$$\varepsilon_{т}^{0,286}-1=\frac{130}{\left(1000-130\frac{1}{\eta}\right)\eta^{2}}\leqslant 0{,}43,$$

или

$$1000\,\eta^{2}-130\,\eta\geqslant\frac{130}{0{,}43}.$$

Так как величина η не сильно отличается от единицы, то в первом приближении можно отбросить второй член левой части; тогда получим:

$$1000\,\eta^{2}\geqslant 300\quad\text{или}\quad\eta\geqslant 0{,}55.$$

В действительности, если учесть второй член, то минимальный к. п. д. получится выше. Решая квадратное уравнение, найдем:

$$\eta \geqslant 0{,}62.$$

Осуществлять столь высокие к. п. д., особенно в компрессоре, стало возможным только в последние годы. Это явилось результатом больших исследовательских работ по компрессорам и турбинам. В итоге успехов в данной области и появились эффективные ТРД.

Следует отметить, что центробежные компрессоры до сих пор имеют несколько меньшие значения к. п. д., чем осевые. В силу этого ВРД с осевыми компрессорами при прочих равных условиях более экономичны.

При указанном выше минимальном значении к. п. д. вся величина избыточного давления перед турбиной должна быть истрачена на покрытие потерь в компрессоре и в самой турбине. В этом случае тяга на месте будет равна нулю, а в полете она будет получаться только за счет скоростного наддува, т. е. двигатель будет работать как прямоточный ВРД. Но так как он имеет турбокомпрессорное устройство, то вес его будет больше, т. е. на этом режиме он будет уступать прямоточному ВРД.

В нашем примере для того, чтобы давление за турбиной было выше, чем перед компрессором, необходимо выдерживать условие

$$\varepsilon_{\text{т}}^{0,286} < 1{,}43.$$

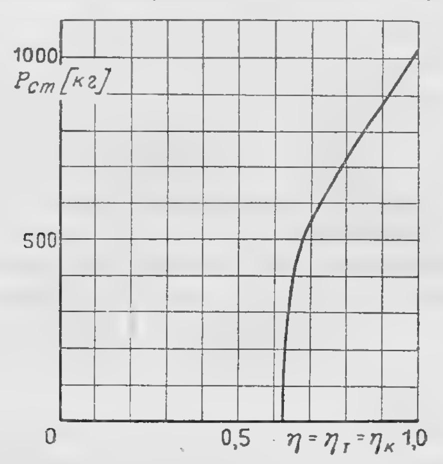
Подсчитаем тягу на месте для различных значений к. п. д. в рассматриваемом варианте двигателя ($G_{\text{в}} = 16$ *кг/сек*):

$\eta = \eta_{\text{к}} = \eta_{\text{т}}$	1,0	0,9	0,8	0,7	0,62
$T_{0\,\text{с}}$	870	856	837	815	780
$a_{\text{кр. с}}$ [*м/сек*]	539	535	529	522	510
W_a [*м/сек*]	646	550	463	350	0
$P_{\text{ст}}$ [*кг*]	1040	880	740	560	0

Как видно из таблицы, изменение к. п. д. компрессора и турбины существенно отражается на величине реактивной тяги, особенно в области малых значений к. п. д. (фиг. 82).

Такая чувствительность ТРД к изменению коэфициентов полезного действия компрессора и турбины объясняется тем, что на вращение компрессора расходуется значительная доля энергии газа. Энергия же струи в реактивном сопле получается как

сравнительно малая разность между полной энергией и потребляемой компрессором. Выше указывалось, что остаток энергии в реактивном сопле составляет около 25% полной энергии. Таким образом, ТРД предъявляет чрезвычайно высокие требования по аэродинамическому совершенству компрессора и турбины.



Фиг. 82. Зависимость стартовой тяги ТРД от к. п. д. компрессора и турбины

В настоящее время вполне реальными являются следующие к. п. д.

$$\eta_к = 0{,}8 \quad \text{и} \quad \eta_т = 0{,}9,$$

откуда среднее значение к. п. д. будет:

$$\eta = \sqrt{\eta_т \eta_к} = 0{,}85.$$

Имея примерно такие значения к. п. д. компрессора и турбины, двигатель BMW-003 развивает реактивную тягу порядка $P_{ст} = 800$ *кг*.

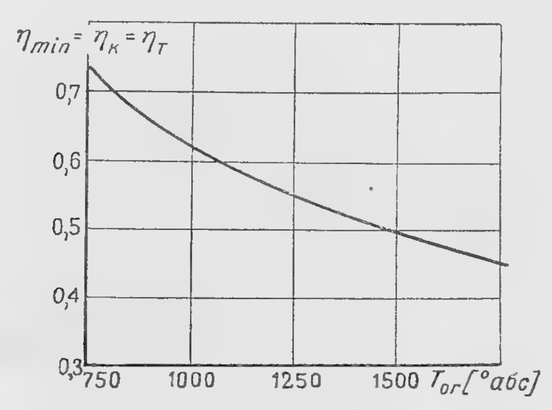
Трудности получения высоких к. п. д. в компрессоре и турбине можно было бы обойти повышением жароупорности турбинных лопаток, т. е. увеличением температуры в камере сгорания. В частности, в нашем примере условие $\varepsilon_т \leqslant 3{,}5$ может быть записано следующим образом:

$$T_{0г} \geqslant \frac{300}{\eta^2} + \frac{130}{\eta}.$$

Отсюда видно, что с увеличением температуры в камере сгорания ($T_{0г}$) наименьшее допустимое значение к. п. д. снижается.

Естественно, что совершенствование турбореактивных двигателей должно итти по обоим путям — повышению к. п. д. колес и увеличению жаростойкости лопаток. Зависимость минимального значения к. п. д. от температуры:

$$\eta_{\min} = f(T_{0\,г})$$



Фиг. 83. Зависимость минимального значения среднего к. п. д. турбокомпрессорного устройства от температуры в камере сгорания

для двигателя типа BMW-003 приведена на фиг. 83 и в следующей таблице:

$T_{0\,г}$	750	1000	1250	1500	1750
$\eta_{\min}$	0,73	0,62	0,55	0.49	0,45

Изменение к. п. д. колес и степени сжатия компрессора влияет также и на экономичность двигателя. Отметим, что оптимальное значение степени сжатия для удельной тяги получается несколько выше, чем для абсолютной тяги.

При работе на месте удельная тяга:

$$J_{ст} = \frac{G_{в}}{G_{г}} \frac{W_a}{g}.$$

В рассматриваемом примере температура в сопле изменяется мало. Если принять ее постоянной (850° *абс*), то получится:

$$\frac{G_{в}}{G_{г}} = \frac{\varphi H_u}{c_p (T_{0\,с} - T_{0\,д})} = \frac{1 \cdot 10\,000}{0{,}25\,(850 - 300)} \approx 75,$$

отсюда

$$J_{ст}=\frac{75}{g}W_a\approx 7{,}5\,W_a \quad кг/кг/сек.$$

В действительности температура торможения в сопле немного изменяется. В связи с этим множитель при W_a будет немного уменьшаться с ростом к. п. д.

Кривая зависимости удельной тяги от степени сжатия получается настолько пологой, что при выборе рабочей степени сжатия можно остановиться на величине значительно ниже оптимальной, проигрыш в удельной тяге будет небольшим, а на весе двигателя можно выиграть много. Только при создании двигателей для самолетов дальнего действия следует учитывать экономичность, так как при этом вес двигателя может оказаться незначительным по сравнению с весом горючего. Поэтому для самолетов дальнего действия могут понадобиться турбореактивные двигатели с повышенной степенью сжатия, т. е. более близкой к оптимальной, чем, например, в случае истребителей.

При переходе от стартового режима к полету характеристики турбореактивного двигателя изменяются.

Рассмотрим работу двигателя на расчетном режиме в полете. Реактивная тяга в этом случае равна:

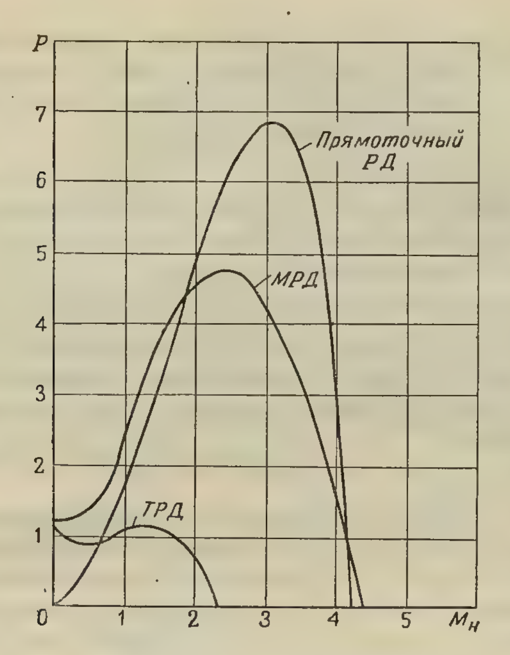
$$P=\frac{G_в}{g}(W_a-W_н).$$

Судя по формуле, тяга должна была бы уменьшаться с ростом скорости полета ($W_н$). Однако при этом под действием скоростного наддува повышаются давление и плотность воздуха в двигателе, в силу чего возрастают скорость истечения W_a и секундный расход воздуха $G_в$.

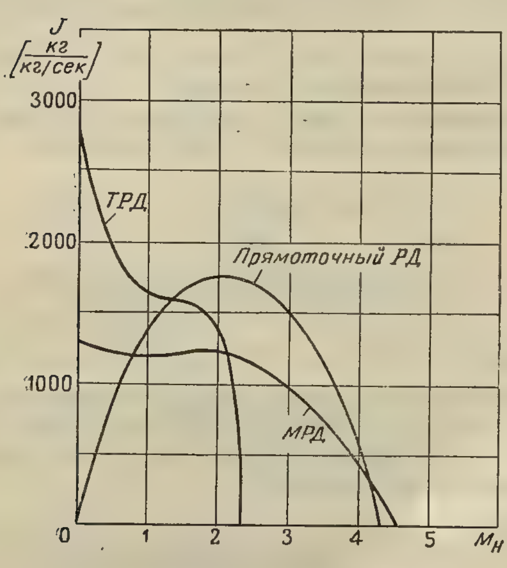
В результате, при умеренной скорости полета тяга получается меньше, чем на старте, но при переходе к большой околозвуковой скорости, когда увеличение плотности становится существенным, тяга начинает расти.

Наконец, при очень большой скорости полета, соответствующей числу Маха порядка 2—3, тяга снова падает. Это сопряжено с высокой начальной температурой воздуха в камере сгорания (за счет торможения набегающего потока и сжатия в компрессоре), т. е. с пониженной подачей горючего (ради поддержания предельно допустимой температуры на лопатках турбины).

На фиг. 84 и 85 приведены примерные характеристики ТРД и прямоточного ВРД равного веса. Степень сжатия в ТРД принята равной $\varepsilon_к=3{,}5$. Температура в камере сгорания взята следующая: $T_{0г}=1000°$ *абс* у ТРД и $T_{0г}=2400°$ *абс* у прямоточного ВРД. Такая температура осуществима в каждом из двигателей с примерно одинаковой степенью трудности. Реактивные тяги (фиг. 84) даны в безразмерном виде, причем за единицу принята тяга ТРД на старте.



Фиг. 84. Реактивные тяги различных ВРД при равном весе



Фиг. 85. Удельные тяги различных ВРД

Сравнивая характеристики двигателей, можно сделать заключение, что ТРД имеют преимущества перед прямоточными ВРД на малой и умеренной скорости полета, но теряют их при переходе к скорости, существенно превышающей скорость звука.

В дальнейшем, с увеличением степени сжатия и температуры, характеристики ТРД улучшатся, и область рабочих скоростей полета для этого двигателя расширится. Таким образом, приведенные характеристики не являются предельными, а лишь отражают современное состояние техники.

Область скоростей полета, на которых прямоточные ВРД уступают турбореактивным по экономичности, получается несколько шире, чем по тяге (фиг. 85). Следует отметить, что с увеличением степени сжатия и температуры в камере сгорания экономичность турбореактивных двигателей на большой скорости должна возрасти.

Остановимся кратко на некоторых свойствах ТРД при большой скорости полета.

В главе I, § 8, было показано, что тепловой перепад и работа 1 *кг* воздуха в компрессоре не зависят от начальной температуры воздуха. В связи с этим степень сжатия компрессора оказывается функцией начальной температуры и, следовательно, скорости полета. Из равенств (77) и (21b) получаем формулу, связывающую степень сжатия с числом Маха полета:

$$\varepsilon_{\text{к}}^{\frac{k-1}{k}} - 1 = \frac{\varepsilon_{\text{к}\,0}^{\frac{k-1}{k}} - 1}{1 + \frac{k-1}{2} M_{\text{н}}^2}. \qquad (195)$$

Здесь $\varepsilon_{\text{к}\,0}$ — степень сжатия на старте.

Для рассмотренного двигателя ($T_{0\,\text{г}} = 1000°$ *абс* и $\varepsilon_{\text{к}\,0} = 3{,}5$) получим следующие значения $\varepsilon_{\text{к}}$ при различной скорости полета:

$M_{\text{н}}$	0	0,5	1	2	3
$\varepsilon_{\text{к}}$	3,5	3,1	2,8	2,2	1,7

При постоянной температуре в камере сгорания ($T_{0\,\text{г}} = 1000°$ *абс*) степень расширения в турбине будет постоянна ($\varepsilon_{\text{т}} = 1{,}85$). Для того, чтобы турбореактивный двигатель был эффективен, необходимо соблюдение условия

$$\varepsilon_{\text{с}} = \frac{\varepsilon_{\text{к}}}{\varepsilon_{\text{т}}} > 1 \quad \text{или} \quad \varepsilon_{\text{к}} > \varepsilon_{\text{т}}.$$

Однако на большой скорости, как видно из таблицы, начиная со значений $M_н = 2{,}5$, двигатель перестает удовлетворять этому условию, и получается

$$\varepsilon_к < \varepsilon_т \,.$$

При дозвуковой скорости полета степень сжатия в компрессоре изменяется мало, поэтому в дозвуковой области ТРД сохраняет все свои преимущества. С переходом в сверхзвуковую область качества ТРД „ухудшаются".

Для того, чтобы при большой скорости полета, когда число Маха достигает нескольких единиц, сделать пригодным ТРД, необходимо достичь высокой температуры на лопатках турбины.

Определим, при какой скорости полета ТРД сохраняет преимущества над прямоточным ВРД. Из равенства величин мощности турбины и компрессора следует:

$$T_{0\,д}\left(\varepsilon_к^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)\frac{1}{\eta_к} = T_{0\,с}\left(\varepsilon_т^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)\eta_т \,,$$

откуда:

$$\frac{\varepsilon_к^{\frac{k-1}{k}} - 1}{\varepsilon_т^{\frac{k-1}{k}} - 1} = \frac{T_{0\,с}}{T_{0\,д}}\eta_т\,\eta_к \,. \qquad (196)$$

Но турбокомпрессорное устройство приносит пользу только при условии, что давление за турбиной выше, чем перед компрессором, т. е. $\varepsilon_к > \varepsilon_т$.

В этом случае должно иметь место неравенство:

$$\frac{T_{0\,с}}{T_{0\,д}}\eta_т\,\eta_к > 1, \qquad (197)$$

где

$$T_{0\,с} = T_{0\,г} - \Delta T_к$$

и

$$T_{0\,д} = T_н\left(1 + \frac{k-1}{2}M_н^2\right).$$

Произведя соответствующую подстановку, получим:

$$\frac{T_{0\,г}}{T_н} > \frac{1 + \frac{k-1}{2}M_н^2}{\eta_г\,\eta_к} + \frac{\Delta T_к}{T_н} \,. \qquad (198)$$

Условия (197) и (198) означают, что подвод тепла в двигателе должен быть достаточен для покрытия гидравлических потерь в турбокомпрессорном устройстве.

Для данного двигателя величина $\frac{\Delta T_к}{T_н}$, как было указано выше, должна быть постоянной.

Таким образом, минимальная температура на лопатках турбины, при которой ТРД будет эффективнее прямоточного ВРД, является функцией числа Маха полета, а также к. п. д. турбины и компрессора.

Лимитируя температуру в камере сгорания, мы не даем возможности турбореактивному двигателю работать в выгодных условиях при значениях $M_н$ выше некоторого определенного значения. Например, в случае:

$$T_{0\,г} = 1000^\circ\,абс; \quad T_н = 300^\circ\,абс; \quad \Delta T_{к.\,ид} = 130^\circ\,абс; \quad \eta_т = 0{,}9;$$

$$\eta_к = 0{,}8; \quad \text{будет} \quad \frac{1000}{300} > \frac{1 + 0{,}2\,M_н^2}{0{,}72} + \frac{160}{300},$$

откуда значения числа Маха, при которых целесообразно применение данного ТРД, будут ограничены следующим пределом: $M_н < 2{,}2$.

При $T_0 = 1500^\circ\,абс$ (прочие данные прежние) предельное значение числа Маха повысится и будет ограничено пределом $M_н < 3$.

Основываясь на изложенном, можно сделать вывод, что в настоящее время ТРД выгодно применять на дозвуковой и околозвуковой скорости и на сверхзвуковой скорости, немного превышающей скорость звука.

Тяга ТРД определяется скоростью истечения из сопла:

$$W_a = \lambda_a\, a_{кр.\,с},$$

где

$$\lambda_a = f_1(\varepsilon_с), \qquad a_{кр.\,с} = f_2(T_{0\,с}).$$

Если давление за турбиной выше, чем перед компрессором, то коэфициент скорости истечения при одинаковых условиях полета будет у ТРД выше, чем у прямоточного ВРД. Но в последнем возможны более высокие температуры. Поэтому он может развивать более значительные тяги, даже при меньших давлениях в реактивном сопле.

Однако для увеличения тяги в ТРД можно устроить за турбиной вторую камеру сгорания (так называемую форсажную камеру), с догревом газов до такой же температуры, что и в прямоточном ВРД. В этом случае тяга ТРД существенно возрастает.

Если пренебречь потерями давления во второй камере сгорания, то коэфициент скорости истечения (λ_a) сохранит то же значение, что и без форсажной камеры. Следовательно, на старте

$$\frac{P_{ст.\,ф}}{P_{ст}} = \frac{W_{a\,ф}}{W_a} = \sqrt{\frac{T_{0\,ф}}{T_{0\,г} - \Delta T_к}}. \qquad (199)$$

При $T_{0\,ф} = 2400°$ *абс* получим для ТРД, который был рассчитан выше:

$$P_{ст.\,ф} = P_{ст} \sqrt{\frac{2400}{1000 - 160}} \cong 17 P_{ст}.$$

Экономичность двигателя при работе форсажной камеры упадет, так как тяга возрастает медленнее, чем расход горючего. Но с увеличением скорости полета ухудшение экономичности, связанное с применением форсажной камеры, ослабляется. В рассмотренном примере при скорости полета $W_н = 350$ *м/сек* скорость истечения была равна $W_a = 660$ *м/сек*.

Если применить форсажную камеру ($T_{0\,ф} = 2400°$ *абс*), то получится:

$$W_{a\,ф} = W_a \sqrt{\frac{2400}{1000 - 160}} = 1120 \text{ м/сек}.$$

Следовательно, тяга в полете возрастет в отношении:

$$\frac{P_ф}{P} = \frac{1120 - 350}{660 - 350} = 2{,}5.$$

Таким образом, форсажной камерой выгоднее пользоваться в полете, нежели на старте. При наличии форсажной камеры ТРД может быть поставлен в одинаковые температурные условия с прямоточным ВРД и в случае $\varepsilon_к > \varepsilon_т$ будет превосходить последний не только по экономичности, но также и по абсолютной тяге.

ГЛАВА IX

МОТОРЕАКТИВНЫЙ ДВИГАТЕЛЬ

МРД представляет собой реактивный двигатель, у которого компрессор приводится во вращение обычным поршневым авиадвигателем (фиг. 6).

Работа, затрачиваемая на сжатие в компрессоре 1 *кг* газа, равна:

$$L_{к} = \frac{k}{k-1} R T_{0д} \left(\varepsilon_{к}^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \frac{1}{\eta_{к}},$$

поэтому мощность поршневого двигателя:

$$N_{м} = G_{в} \frac{k}{k-1} R T_{0д} \left(\varepsilon_{к}^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right) \frac{1}{75 \eta_{к}}.$$

Отсюда видно, что при заданной мощности мотора можно осуществить тем больший расход воздуха, чем меньше степень сжатия в компрессоре. При малых степенях сжатия скорость истечения мала, но расход воздуха получается большим. При больших же $\varepsilon_{к}$ расход невелик, но скорость истечения значительна. Так как тяга зависит и от расхода газа и от скорости истечения, то возникает вопрос об осуществлении наивыгоднейших степеней сжатия.

Покажем на примере, что снижение расхода газа ради получения высоких степеней сжатия приводит к падению реактивной тяги двигателя.

Рассмотрим МРД с приводящим поршневым двигателем мощностью $N_{м} = 1000$ *л. с.* и различной температурой в камере сгорания: 500°; 1000° и 2400° *абс*. Пусть двигатель работает в условиях старта:

$$T_{н} = T_{0д} = 300° \text{ абс.}$$

Для простоты будем считать, что гидравлические потери малы, и, следовательно, $p_{0с} = p_{0х}$ или $\varepsilon_{к} = \varepsilon_{с}$.

Тяга двигателя на месте может быть определена с помощью следующих известных формул:

$$P_{\text{ст}} = G_{\text{в}} \frac{W_a}{g},$$

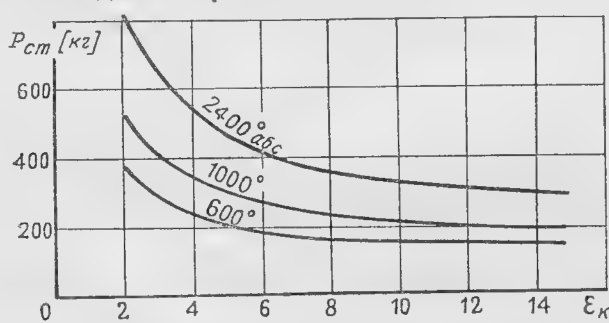
$$G = \frac{N_{\text{м}} 75}{L_{\text{к}}} = \frac{N_{\text{м}} 75 \eta_{\text{к}}}{\frac{k}{k-1} R T_{0\text{д}} \left(\varepsilon_{\text{к}}^{\frac{k-1}{k}} - 1\right)},$$

$$W_a = \lambda_a \, a_{\text{кр. с}},$$

$$\lambda_a = \sqrt{\frac{k+1}{k-1}\left(1 - \frac{1}{\varepsilon_{\text{к}}^{\frac{k-1}{k}}}\right)},$$

$$a_{\text{кр. с}} = 18{,}3 \sqrt{T_{0\text{г}}}.$$

Результаты подсчета представлены на фиг. 86.



Фиг. 86. Зависимость стартовой тяги мотореактивного двигателя от степени сжатия при различных значениях $T_{0\text{г}}$

Они подтверждают вывод, что с увеличением степени сжатия стартовая тяга МРД падает. С повышением температуры в камере сгорания кривые тяги смещаются вверх.

В том случае, когда поршневой мотор используется для вращения воздушного винта, тяговая мощность составляет:

$$N_{\text{ВМГ}} = N_{\text{м}} \eta_{\text{в}};$$

здесь $\eta_{\text{в}}$ — к. п. д. винта.

Тяговая мощность МРД, работающего от того же самого поршневого мотора, равна:

$$N_{\text{ВРД}} = \frac{P W_{\text{н}}}{75}.$$

Чем меньше степень сжатия $\varepsilon_к$, тем тяга МРД и его тяговая мощность больше. Если сравнить мощность МРД и винтомоторной группы при одном и том же поршневом двигателе и равной скорости полета, то окажется, что отношение этих величин переменно для различных степеней сжатия в компрессоре. С уменьшением величины $\varepsilon_к$ отношение $\frac{N_{МРД}}{N_{ВМГ}}$ растет, так как мощность ВМГ остается почти неизменной, а мощность МРД увеличивается.

На скорости полета $W_н = 220$ *м/сек* мощность у МРД (при $T_{0\,г} = 2400°$ *абс,* $\varepsilon_к = 1{,}5$) оказывается в 5 раз больше, чем у ВМГ.

На МРД выгодно работать при небольших степенях сжатия. Тогда вес этого двигателя сравнительно невелик, а мощность получается очень значительная.

При одном и том же исходном поршневом моторе тяга на месте у МРД и у винта примерно одинакова, а вес у ВМГ несколько меньше. Таким образом, в условиях старта МРД имеет несколько худшие данные, чем ВМГ.

Максимальная скорость самолета является функцией отношения его веса к тяге двигателя. Для самолета заданного типа и определенной конструктивной схемы это сводится к следующей зависимости:

$$W_н = f\left(\frac{G_в + \Sigma G_г}{P}\right);$$

здесь $G_в$ — вес двигателя со всеми агрегатами,

$\Sigma G_г$ — запас горючего.

Чем меньше величина $\Sigma\gamma_{дв} = \frac{G_{дв} + \Sigma G_г}{P}$, тем скоростные качества самолета будут выше.

С изменением степени сжатия изменяются тяга, экономичность и вес двигателя. Для получения наибольшей скорости полета надо выбирать величину $\varepsilon_к$ так, чтобы суммарная характеристика ($\Sigma\gamma_{дв}$) имела наименьшее значение.

Оба слагаемых $\left(\gamma_{дв} = \frac{G_{дв}}{P} \text{ и } \gamma_г = \frac{\Sigma G_г}{P}\right)$ при изменении $\varepsilon_к$ изменяются по-разному. Например, с увеличением степени сжатия вес двигателя возрастает, а экономичность улучшается, т. е. величина $\gamma_г$ при заданной продолжительности полета убывает.

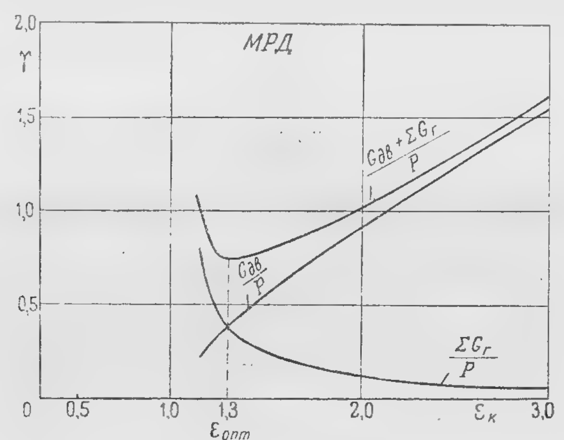
Суммируя соответствующие две кривые (фиг. 87), получим некоторую оптимальную степень сжатия, при которой вес самолета будет наименьшим, а скорость полета наибольшей.

У МРД, предназначенных для полета со скоростью порядка 800—900 *км/час*, оптимальная степень сжатия лежит в пределах:

$$\varepsilon_к = 1{,}4 \div 1{,}2.$$

При этом мощность МРД превосходит мощность ВМГ с тем же мотором в 5—7 раз.

Степень сжатия указанного порядка можно осуществить при помощи одно- или двухступенчатого компрессора.



Фиг. 87. К выбору наивыгоднейшей степени сжатия МРД

Самолет с таким МРД получается бо́льших размеров, чем с ВМГ равной мощности (на валу), так как МРД тяжелее ВМГ примерно в 2 раза, но возрастание тяговой мощности в 5—7 раз может окупить увеличение веса. Если взять приводящий мотор мощностью $N_м = 1000$ *л. с.*, то истребитель с МРД будет иметь вес порядка 6—7 *т*, т. е. будет в 2 раза тяжелее истребителя с ВМГ. Зато максимальная скорость у самолета с МРД окажется на 200—250 *км/час* выше.

На фиг. 84 и 85 приведены примерные характеристики МРД в сравнении с характеристиками ТРД и прямоточного ВРД.

ГЛАВА X

ТУРБОРЕАКТИВНЫЙ ДВИГАТЕЛЬ С ДВОЙНЫМ КОНТУРОМ

В турбореактивном двигателе с двойным контуром (ТРДК) (фиг. 9) весь избыток давления, имеющийся перед турбиной, может использоваться в ней. Получающийся при этом излишек мощности у турбины (свободная мощность) расходуется на привод второго компрессора, нагнетающего воздух во вторую камеру сгорания.

Такая схема имеет ряд преимуществ. Суммарная мощность двигателя с двойным контуром может, как и в случае МРД, в 5—7 раз превосходить мощность приводящего двигателя. Температуру во второй камере сгорания такого двигателя можно держать не ниже, чем в прямоточном ВРД.

Если выбрать в качестве привода турбореактивный двигатель типа BMW-003 с характеристиками: $\varepsilon_к = 3{,}5$ и $T_{0\,г} = 1000°$ *абс*, то, используя весь запас давления на турбине, можно будет отвести ко второму компрессору примерно такую же мощность, как и к первому:

$$N_{к\,2} = N_{к\,1}, \text{ т. е. } N_т = 2\,N_{к\,1}.$$

Принимая температуру во второй камере сгорания равной $T_{0\,г} = 2400°$ *абс*, получим у двигателя с двойным контуром стартовую тягу $P_{ст.\,2}$ в несколько тысяч килограммов, тогда как исходный двигатель будет иметь всего $P_{ст.\,1} \approx 800$ *кг*.

При различных степенях сжатия второго компрессора получим следующий выигрыш в тяге для двухконтурного ТРДК:

$\varepsilon_{к\,2}$	1,2	1,4	1,6	1,8	2
$\dfrac{P_{ст.\,2}}{P_{ст.\,1}}$	11,6	8,4	6,9	6,0	5,4

Здесь, как и в МРД[1], оптимальная степень сжатия второго компрессора будет небольшой (порядка $\varepsilon_к = 1{,}5$).

[1] В сущности, ТРДК отличается от МРД только тем, что в нем для привода используется турбина, а не поршневой мотор. Поэтому двухконтурный ТРДК имеет меньший вес и способен развивать бо́льшие тяги, чем МРД.

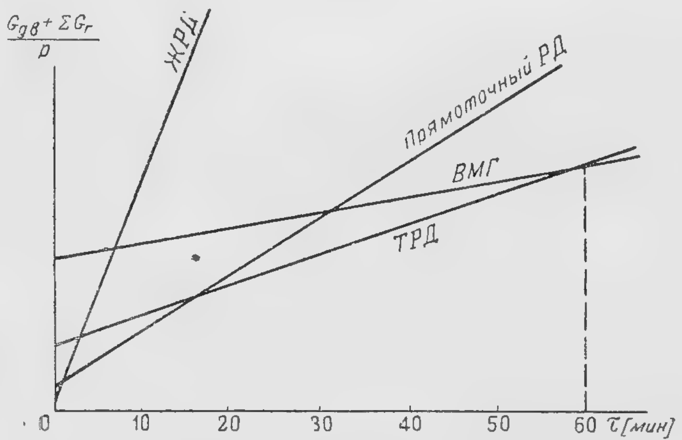
ГЛАВА XI

О ВЫБОРЕ ТИПА РЕАКТИВНОЙ УСТАНОВКИ

Максимальная скорость самолета, которая получается при применении реактивного двигателя того или иного типа, как указывалось, зависит от удельного веса последнего и предполагаемой продолжительности моторного полета (т. е. запаса горючего).

Для любой конкретной скорости полета можно разграничить области применения того или иного типа двигателя. На фиг. 88 приведена такая диаграмма для скорости $W_н = 700$ *км/час.*





Фиг. 88. К выбору наивыгоднейшего типа двигателя на заданную продолжительность полета

Если время моторного полета будет не более 1÷2 минуты (перехватчик с малым радиусом действия), то наибольшую скорость будет иметь самолет с ЖРД (вес ЖРД очень мал, а для принятой продолжительности моторного полета потребуется относительно небольшой запас горючего).

При продолжительности моторного полета до 15 минут наибольшую скорость полета даст комбинация ЖРД и прямоточного

ВРД, так как второй экономичнее первого. В случае продолжительности моторного полета до 30—60 минут рекомендуется ТРД как еще более экономичный. Но такую продолжительность полета имеют современные истребители. Именно поэтому для современных скоростных истребителей применяют ТРД.

Наконец, для очень большой продолжительности полета могут оказаться наиболее пригодными газотурбинные двигатели с винтом или ВМГ.

Разумеется, приведенная диаграмма справедлива лишь для того ограниченного диапазона скорости полета, для которого она составлена (в данном случае 700 *км/час*). При существенно иной скорости рекомендуемые границы продолжительности полета для каждого из рассматриваемых двигателей могут измениться. Однако всегда наибольшую скорость полета будет давать двигатель такой схемы, которая при заданной продолжительности полета приводит к аппарату наименьшего веса.

ПРИЛОЖЕНИЕ

ОСНОВНЫЕ ЗАКОНОМЕРНОСТИ ГАЗОВОЙ СТРУИ [1]

§ 1. Струя в покоящемся воздухе

Струя называется свободной и затопленной, если она не ограничена твердыми стенками и распространяется в пространстве, заполненном средой тех же физических свойств, что и вещество струи.

Обычно струя турбулентна, т. е. в ней наблюдается беспорядочное движение вихревых масс. Последние при своем поперечном перемещении попадают за пределы струи, переносят в соприкасающиеся со струей слои неподвижной среды свои импульсы и увлекают эти слои. На место частиц, выброшенных из струи, в нее проникают частицы окружающей среды, которые подтормаживают граничные слои потока. Так устанавливается обмен импульсов между струей и средой; в результате этого масса струи растет, ширина струи увеличивается, а скорость у границ убывает.

Подторможенные частицы активного потока вместе с увлеченными частицами окружающей среды образуют турбулентный пограничный слой струи, толщина которого в направлении течения возрастает. Если в выходном сечении сопла имеет место равномерное распределение скорости [2], то в начале струи толщина пограничного слоя равна нулю. В этом случае пограничный слой оказывается ограниченным расходящимися поверхностями, которые пересекаются у кромки сопла (см. фиг. 89).

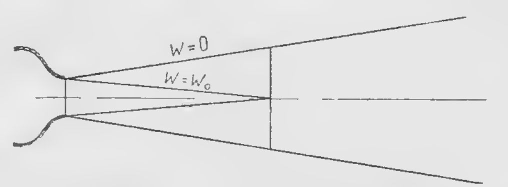
Внешняя поверхность его соприкасается с неподвижной средой, внутренняя—с областью невозмущенного потока.

По мере удаления от сопла, наряду с утолщением пограничного слоя, происходит сужение ядра постоянной скорости. Этот процесс приводит к тому, что где-то ядро невозмущенного потока исчезает совсем.

[1] В написании данного раздела книги принимал участие И. А. Шепелев.

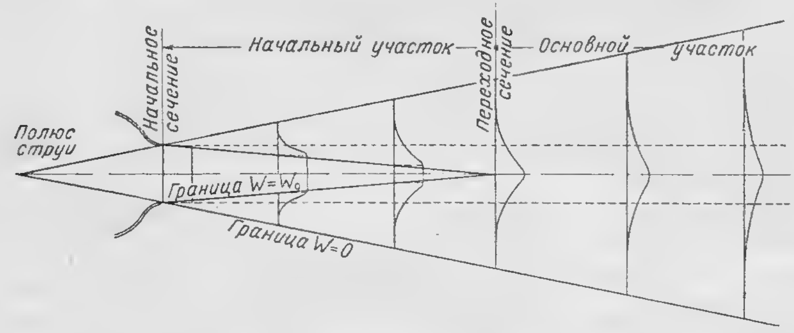
[2] Теория струи разработана применительно к этому случаю.

В последующей области струи пограничный слой заполняет уже все поперечное сечение, простираясь вплоть до оси потока.



Фиг. 89. Пограничный слой свободной струи

Дальнейшее размывание потока сопровождается не только увеличением ширины струи, но и падением скорости на ее оси (фиг. 90).



Фиг. 90. Схема свободной струи

Сечение струи, в котором завершается ликвидация ядра постоянной скорости, называют переходным. Участок, расположенный между начальным и переходным сечениями струи, носит название начального. Остальная часть струи, следующая за переходным сечением, именуется основным участком. Наконец, точку пересечения внешних границ струи называют полюсом или источником струи.

Наблюдения указывают на наличие в свободной струе главного направления движения, совпадающего с геометрической осью сопла.

При своем распространении струя вызывает подтекание жидкости из окружающей среды. Таким образом, наряду с осевыми составляющими скорости существуют также поперечные составляющие.

Многочисленные наблюдения показывают, что поперечные составляющие скорости по сравнению с осевыми настолько малы, что в большинстве случаев ими можно пренебрегать. Отсюда, между прочим, следует, что градиент давления в поперечном сечении струи должен быть исчезающе мал, что и подтверждается опытом. Но тогда должен отсутствовать и продольный

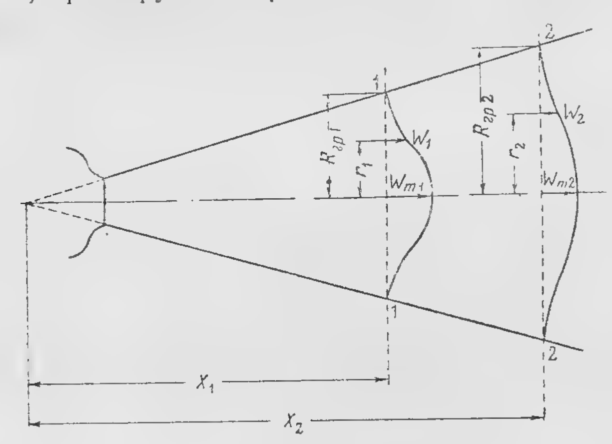
градиент давления, ибо окружающая среда, в которой формируется струя, имеет всюду постоянное давление. Опыт подтверждает и это положение.

Таким образом, устанавливается общее свойство свободных струй: постоянство давления во всем объеме струи.

Это в свою очередь приводит к неизменности суммарного количества движения во всех поперечных сечениях струи; уменьшение скорости сопровождается увеличением массы, вовлеченной в движение. Это свойство струи—сохранение постоянства количества движения на всем пути распространения—является чрезвычайно важным для исследования основных ее закономерностей.

Не менее важным обстоятельством является факт подобия скоростных полей в поперечных сечениях струи.

Рассмотрим некоторое поперечное сечение струи, отстоящее от полюса на расстоянии x_1 (сечение *1 — 1* на фиг. 91). Местная скорость W_1 в некоторой точке зависит только от положения этой точки, фиксируемого расстоянием от центра сечения r_1.



Фиг. 91. Поля скоростей в свободной струе

Таким образом, при $x = x_1$ справедливо:

$$W_1 = F_1(r_1).$$

Аналогичное равенство можно написать для сечения, отстоящего на расстоянии x_2 (сечение *2 — 2* на фиг. 91):

$$W_2 = F_2(r_2),$$

причем вид функции F будет для каждого сечения (т. е. для каждого расстояния x) различным.

Подобие скоростных полей заключается в том, что функция, связывающая безразмерную скорость (отношение местной скорости W к какой-нибудь характерной для сечения скорости, например, к скорости в центре W_m) с безразмерным радиусом (с отношением текущего радиуса r к характерному для сечения линейному размеру, например, радиусу сечения $R_{гр}$), для всех сечений свободной струи одна и та же, независимо ни от расстояния x (если это расстояние не меньше длины начального участка), ни от каких-либо индивидуальных свойств струи. Единственным условием динамического подобия для струи является геометрическое подобие, и в этом смысле все струи круглого сечения подобны между собой.

Итак:

$$\frac{W}{W_m}=f\left(\frac{r}{R_{гр}}\right). \tag{200}$$

Если установлена функция f (хотя бы экспериментальным путем), то для каждого безразмерного расстояния $\frac{r}{R_{гр}}$ можно определить соответствующую безразмерную скорость $\frac{W}{W_m}$. Переход к абсолютной скорости W требует знания законов изменения величин W_m и $R_{гр}$ в зависимости от расстояния x:

$$W_m=W_m(x),$$

$$R_{гр}=R_{гр}(x).$$

Укажем, что первый из этих законов выводится из условия постоянства количества движения в струе. Анализ механизма турбулентного перемешивания, произведенный Прандтлем, позволил установить вторую зависимость—между границами струи и расстоянием—в виде

$$R_{гр}=\text{const}\,x,$$

где const определяется опытным путем.

В соответствии с этим выражение (200) может быть переписано иначе:

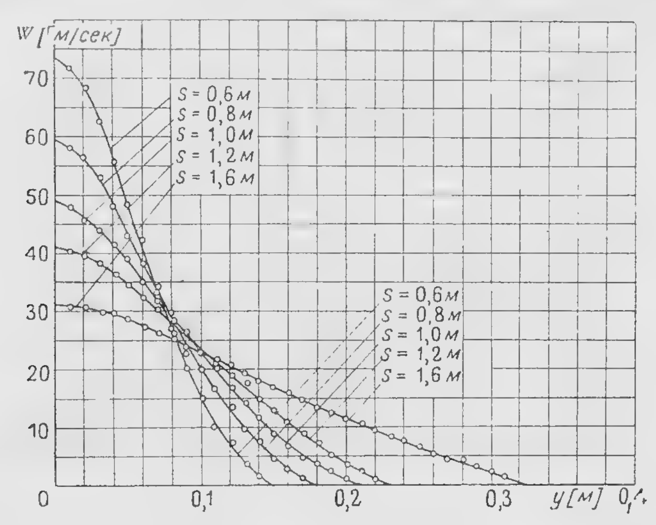
$$\frac{W}{W_m}=f\left(\frac{r}{ax}\right), \tag{201}$$

где a—опытная константа.

Таким образом, подобие эпюр скоростей в поперечных сечениях струи заключается в том, что функция f в выражениях (200) или (201) является одной и той же для всех поперечных сечений струи.

Для иллюстрации этого положения обратимся к опыту.

На фиг. 92 приведены кривые распределения скоростей в различных сечениях основного участка круглой воздушной струи по опытам Трюпеля.



Фиг. 92. Поля скоростей в различных сечениях струи по опытам Трюпеля

Начальная скорость струи равнялась $W_0 = 87$ *м/сек*. Радиус начального сечения составлял $R_0 = 0{,}045$ *м*. Скоростные поля снимались на следующих расстояниях от сопла: $s = 0{,}6$; $0{,}8$; $1{,}0$; $1{,}2$ и $1{,}6$ *м*.

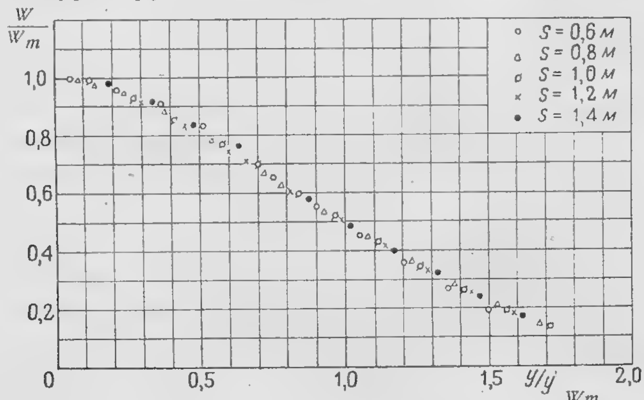
Опыты Трюпеля, так же как и исследования других авторов, свидетельствуют о непрерывной деформации скоростного профиля струи. Чем дальше от начала струи отстоит сечение, тем „ниже“ и „шире“ скоростной профиль. К этому выводу мы приходим при построении скоростных полей в абсолютных координатах (W; r).

Теперь видоизменим рисунок, отложив вместо абсолютных скоростей W их отношения к скоростям на оси струи $\frac{W}{W_m}$ и вместо абсолютных расстояний от оси струи r их отношения к расстояниям от оси до таких точек, в которых скорость равна половине осевой[1] (фиг. 93): $\frac{r}{r_{W=0,5\,W_m}}$.

То обстоятельство, что экспериментальные точки, принадлежащие различным поперечным сечениям, в безразмерных коорди-

[1] Этот линейный размер для обработки эксперимента оказывается более удобным, чем границы струи, вследствие неопределенности последних (из-за трудности измерения малой скорости вблизи границ).

натах оказываются лежащими на одной кривой, как раз указывает на существование универсальной функции типа (200) и свидетельствует о подобии скоростных полей в основном участке свободной струи круглого сечения.



Фиг. 93. Поля скоростей в безразмерных координатах

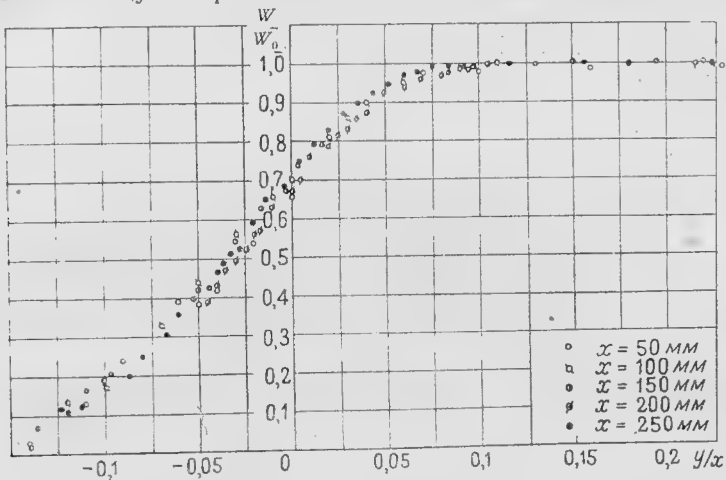
Полученные выводы справедливы не только для основного участка струи; в равной мере они относятся и к начальному участку. Для того, чтобы убедиться в этом, достаточно рассмотреть результаты опытов ЦАГИ по исследованию начального участка круглой струи воздуха, вытекающей из сопла радиуса $R_0 = 50$ *мм* со скоростью до 40 *м/сек*. Полученные скоростные поля в пограничном слое начального участка на расстояниях $s = 50$; 100; 150; 200 и 250 *мм* были приведены к безразмерному виду типа:

$$\frac{W}{W_m} = f\left(\frac{y}{s}\right),$$

где y — расстояние от точки измерения до линии, являющейся продолжением (в направлении потока) кромки сопла. Результаты, представленные на фиг. 94, свидетельствуют о том, что в пограничном слое начального участка струи $\left(\frac{s}{D} < 3\right)$ также имеет место подобие скоростных полей. Неоднократно повторенные опыты при различных условиях (изменялись диаметр сопла, скорость, плотность, вязкость и т. д.) окончательно убеждают в существовании подобия скоростных полей в геометрически подобных струях.

Подобие скоростных полей предопределяет подобие полей температуры (в нагретых и охлажденных струях), полей концентраций (в струях с примесями) и вообще распределений всех тех физических свойств, которые связаны с переносом вещества струи.

Естественно, что поскольку изменение этих свойств (например, температуры) в пограничном слое струи происходит за счет перемешивания струи с окружающей средой, постольку в рассмотрение следует брать не абсолютное их значение в данной



Фиг. 94. Поля скоростей пограничного слоя начального участка в безразмерных координатах

точке, а избыток над соответствующими величинами в окружающей среде. Поэтому для поперечных сечений струи существует функция:

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_m}=f_T\left(\frac{r}{R_{\text{гр}}}\right).$$

То же относится к концентрациям примеси:

$$\frac{\Delta \varkappa}{\Delta \varkappa_m}=f_\varkappa\left(\frac{r}{R_{\text{гр}}}\right).$$

Теория струи связывает безразмерные избыточные температуры, концентрации и т. д. с безразмерными скоростями следующим законом:

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_m}=\frac{\Delta \varkappa}{\Delta \varkappa_m}=\sqrt{\frac{W}{W_m}}. \tag{202}$$

Таким образом, по распределению скоростей в поперечном сечении струи можно судить о распределении температур, концентраций и т. д.

Первое теоретическое определение профиля скоростей в поперечном сечении для струй круглой и плоскопараллельной формы было дано Толминым в 1926 г., использовавшим идею Прандтля о постоянстве пути смешения в поперечном сечении

струи. Теория Толмина получила хорошее подтверждение в опытах.

К сожалению, решение Толмина дано не в виде простой формулы, а в виде сложного ряда, при помощи которого безразмерная скорость $\frac{W}{W_m}$ определяется как функция безразмерной координаты φ:

$$\varphi = \frac{r}{ax}.$$

Здесь $\frac{r}{x}$ — тангенс угла между произвольным лучом и осью главного направления;

a — опытный коэфициент, которым учитывается начальная степень турбулентности струи и неравномерность начального профиля скоростей на срезе сопла.

Благодаря подобию полей отпадает надобность каждый раз производить сложные вычисления; вместо этого можно раз и навсегда составить универсальную таблицу, из которой по заданному лучу φ можно без труда находить соответствующее значение безразмерной скорости $\frac{W}{W_m}$. Такая таблица, вычисленная Толминым для струи круглого сечения, приводится ниже (табл. 1).

Таблица 1

φ	$\frac{W}{W_m}$	φ	$\frac{W}{W_m}$	φ	$\frac{W}{W_m}$	φ	$\frac{W}{W_m}$	φ	$\frac{W}{W_m}$
0,0	1,000	0,7	0,748	1,4	0,425	2,1	0,169	2,8	0,034
0,1	0,984	0,8	0,700	1,5	0,348	2,2	0,140	2,9	0,024
0,2	0,958	0,9	0,653	1,6	0,340	2,3	0,117	3,0	0,017
0,3	0,922	1,0	0,606	1,7	0,300	2,4	0,094	3,1	0,011
0,4	0,884	1,1	0,555	1,8	0,265	2,5	0,075	3,2	0,007
0,5	0,843	1,2	0,510	1,9	0,230	2,6	0,059	3,3	0,003
0,6	0,795	1,3	0,470	2,0	0,198	2,7	0,046	3,4	0,000

Как видно из табл. 1, на оси струи ($\varphi = 0$) безразмерная скорость равна единице, а по мере приближения к границе струи убывает, достигая нуля при $\varphi = 3{,}4$. Это значение $\varphi = 3{,}4 = \varphi_{гр}$ и определено Толминым в качестве границы струи. Отсюда следует, что полуугол расширения струи определяется равенством

$$\frac{r}{x} = \operatorname{tg}\frac{\alpha}{2} = 3{,}4\,a. \tag{203}$$

Для дальнейших расчетов нам потребуются значения определенных интегралов типа

$$P = \int_0^{3,4} \left(\frac{W}{W_m}\right)^n \varphi d\varphi.$$

Эти значения, вычисленные при помощи табл. 1 для различных значений показателя n, приведены в табл. 2.

Таблица 2

n	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0
P	1,136	0,739	0,535	0,415	0,330

Профиль скоростей можно представить в виде функции, у которой аргументом вместо величины $\varphi = \frac{r}{ax}$ является величина $\eta = \frac{r}{R_{гр}}$. При этом исключается влияние опытного коэфициента a и расстояния x, что делает функцию более общей и пригодной для любых скоростных полей, независимо ни от структуры потока, ни от того, будут ли границы струи прямолинейны или нет. Эта функция сведена в табл. 3, составленную Г. Л. Гродзовским на основании табл. 1.

Таблица 3

η	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
$\frac{W}{W_m}$	1,0	0,907	0,758	0,596	0,443	0,300	0,186	0,0983	0,0438	0,0133	0

При помощи этой таблицы могут быть также получены значения определенных интегралов:

$$Q = \int_0^1 \left(\frac{W}{W_m}\right)^n \eta d\eta,$$

причем величины P и Q связаны равенством:

$$P\varphi_{гр}^2 = Q.$$

Значения Q приводятся в табл. 4.

Таблица 4

n	1	1,5	2	2,5	3,0
Q	0,0985	0,0640	0,0464	0,0359	0,0286

Выше было указано, что для любого поперечного сечения свободной струи имеет место:

1. Универсальный профиль скоростей:

$$\frac{W}{W_m} = f\left(\frac{r}{R_{гр}}\right).$$

2. Закон постоянства количества движения:

$$J = 2\pi \int_0^\infty \rho W^2 r dr = \text{const}.$$

Пользуясь этими двумя условиями, проделаем полный аэродинамический расчет основного участка струи. Вначале сделаем расчет, отвлекаясь от расстояния x, на котором находится данное сечение от источника, и начнем с того, что свяжем количество движения в произвольном сечении с начальным количеством движения на срезе сопла:

$$2\pi \int_0^\infty \rho W^2 r dr = \pi \rho W_0^2 R_0^2.$$

Приведение этого выражения к безразмерному виду дает:

$$2 \int_0^\infty \left(\frac{W}{W_0}\right)^2 \frac{r}{R_0} d\frac{r}{R_0} = 1; \qquad (204)$$

безразмерная ордината (радиус) произвольной точки $\frac{r}{R_0}$ может быть представлена в виде двух сомножителей: $\frac{r}{R_{гр}} \frac{R_{гр}}{R_0}$, из которых второй зависит только от расстояния между сечением и источником и не зависит от положения точки в поперечном сечении.

Вводя обозначение $\eta = \frac{r}{R_{гр}}$, запишем:

$$\frac{r}{R_0} = \eta \frac{R_{гр}}{R_0}.$$

В свою очередь безразмерная скорость может быть разложена на два сомножителя:

$$\frac{W}{W_0} = \frac{W}{W_m} \frac{W_m}{W_0},$$

из которых второй также не зависит от положения точки в поперечном сечении:

$$\frac{W_m}{W_0} = f\left(\frac{ax}{R_0}\right).$$

Таким образом, выражение (204) может быть представлено в следующем виде:

$$\left(\frac{W_m}{W_0}\right)^2 \left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2 2\int_0^1 \left(\frac{W}{W_m}\right)^2 \eta d\eta = 1.$$

Определенный интеграл имеет постоянное значение и, согласно таблице (4), равен:

$$\int_0^1 \left(\frac{W}{W_m}\right)^2 \eta d\eta = 0{,}0464.$$

Следовательно, безразмерный радиус поперечного сечения можно связать с безразмерной скоростью в центре этого сечения равенством:

$$\frac{R_{\text{гр}}}{R_0} = \frac{3{,}3}{\frac{W_m}{W_0}}. \qquad (205)$$

В переходном сечении будет $W_m = W_0$; отсюда следует, что радиус переходного сечения имеет всегда постоянное значение:

$$\left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)_{\text{п}} = 3{,}3. \qquad (206)$$

Расход воздуха в поперечном сечении определяется следующим образом:

$$Q_x = 2\pi \int_0^\infty W r dr = 2\pi W_m R_{\text{гр}}^2 \int_0^1 \frac{W}{W_m} \eta d\eta =$$

$$= \pi R_0^2 W_0 \frac{W_m}{W_0} \left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2 2\int_0^1 \frac{W}{W_m} \eta d\eta.$$

Но

$$\pi R_0^2 W_0 = Q_0, \quad \left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2 = \frac{10{,}8}{\left(\frac{W_m}{W_0}\right)^2}, \quad \int_0^1 \frac{W}{W_m} \eta d\eta = 0{,}0985,$$

следовательно:

$$\frac{Q_x}{Q_0} = \frac{2{,}13}{\frac{W_m}{W_0}}. \tag{207}$$

Расход воздуха в переходном сечении также имеет определенное и постоянное значение:

$$\left(\frac{Q}{Q_0}\right)_{\text{п}} = 2{,}13. \tag{208}$$

Назовем „средней по площади" скоростью потока частное от деления расхода на поперечное сечение:

$$\frac{W'_{\text{ср}}}{W_0} = \frac{Q_x}{Q_0} \frac{F_0}{F_x}.$$

При помощи (205) и (207) находим:

$$\frac{W'_{\text{ср}}}{W_0} = 0{,}2 \frac{W_m}{W_0} \tag{209}$$

или

$$\frac{W'_{\text{ср}}}{W_m} = 0{,}2. \tag{209a}$$

Назовем „средней по расходу" скоростью потока частное от деления количества движения на массу:

$$\frac{W''_{\text{ср}}}{W_0} = \frac{J_x}{J_0} \frac{m_0}{m_x}.$$

Имея в виду, что $\frac{J_x}{J_0} = 1$, а отношение $\frac{m_x}{m_0} = \frac{Q_x}{Q_0}$ определяется по (207), получим:

$$\frac{W''_{\text{ср}}}{W_0} = 0{,}48 \frac{W_m}{W_0} \tag{210}$$

или

$$\frac{W''_{\text{ср}}}{W_m} = 0{,}48. \tag{210a}$$

Полученные характеристики произвольного поперечного сечения струи (в том числе и переходного) справедливы только в пределах ее основного участка. Замечательно, что эти характеристики не зависят от опытного коэфициента, т. е. от индивидуальных свойств струи, и позволяют по одному измерению скорости в центре сечения определить размеры этого сечения, расход газа через это сечение, среднюю скорость потока и т. д.

Разумеется, это справедливо лишь при отсутствии особых внешних факторов, могущих нарушить подобие скоростных профилей струй.

В приведенных формулах все характеристики сечения выражены через скорость в центре этого сечения. Последняя же зависит от расстояния между источником и рассматриваемым поперечным сечением. Введение в формулы этого расстояния (взамен осевой скорости) позволило бы непосредственно (т. е. без измерения скорости на оси) вычислить характеристики сечения по заданному расстоянию. Однако это удобство покупается ценою введения некоторого коэфициента a, значение которого для каждой струи должно быть определено опытным путем.

Границы струи по Толмину определяются лучом:

$$\varphi_{гр} = \frac{R_{гр}}{ax} = 3{,}4$$

или

$$\frac{R_{гр}}{R_0} = \frac{3{,}4\, ax}{R_0}. \qquad (211)$$

При этом из формулы (205) можно получить непосредственную связь между безразмерной скоростью на оси и безразмерным расстоянием:

$$\frac{W_m}{W_0} = \frac{0{,}96}{\frac{ax}{R_0}}. \qquad (212)$$

Безразмерный расход в поперечном сечении, выраженный через расстояние, составит:

$$\frac{Q_x}{Q_0} = 2{,}22\, \frac{ax}{R_0}. \qquad (213)$$

Кроме того, для определения абсциссы переходного сечения следует воспользоваться формулой (212) и условием:

$$W_m = W_0.$$

Тогда абсцисса переходного сечения определится так:

$$\frac{ax_0}{R_0} = 0{,}96. \qquad (214)$$

Глубина полюса струи, т. е. расстояние между точкой пересечения границ и срезом сопла, определяется из геометрических соотношений в предположении, что углы расширения струи в основном и начальном участках одинаковы:

$$\frac{ah_0}{R_0} = 0{,}29. \qquad (215)$$

Наконец, расстояние между срезом сопла и переходным сечением равно разности выражений (214) и (215):

$$\frac{as_0}{R_0} = 0{,}67. \tag{216}$$

Это расстояние является наименьшим, при котором действительны все приведенные формулы. Для более близких расстояний существуют другие формулы (формулы начального участка), которые здесь не рассматриваются [1].

Во всех приведенных выше формулах под расстоянием x подразумевается расстояние от полюса до рассматриваемого сечения. При желании отсчитывать расстояния от среза сопла необходимо в формулах сделать замену согласно выражению:

$$\frac{ax}{R_0} = \frac{as}{R_0} + 0{,}29. \tag{217}$$

Здесь s — расстояние между рассматриваемым сечением и срезом сопла.

При этом формулы (212) и (213) приобретают вид:

$$\frac{W_m}{W_0} = \frac{0{,}96}{\frac{as}{R_0} + 0{,}29} \tag{218}$$

и

$$\frac{Q_s}{Q_0} = 2{,}22\left(\frac{as}{R_0} + 0{,}29\right). \tag{219}$$

Для сравнения формулы (218) с экспериментом приводится фиг. 95, составленная на основании опытов Трюпеля, Цимма, Геттингенского института и Сыркина.

При обработке опытных данных приняты следующие значения константы a:

1) в опытах Трюпеля и геттингенских опытах $\left(\frac{W_{\max 0}}{W_{\text{ср}\,0}} = 1\right)$; $a = 0{,}066$,

2) в опытах Цимма $\left(\frac{W_{\max 0}}{W_{\text{ср}\,0}} = 1{,}1\right)$; $a = 0{,}070$,

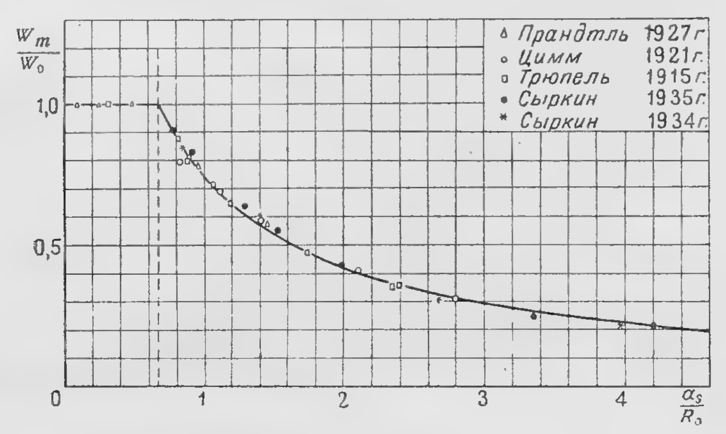
3) в опытах Сыркина $\left(\frac{W_{\max 0}}{W_{\text{ср}\,0}} = 1{,}25\right)$; $a = 0{,}076$.

Приведенные значения a зависят от начального профиля скоростей (на выходе из сопла) и соответствуют струям с „естест-

---

1 Закономерности начального участка струи рассмотрены в книге автора „Турбулентные свободные струи жидкостей и газов". Труды ЦАГИ, вып. 512, 1940 г.; 2-е издание печатается в Энергоиздате.

венной турбулентностью". Сыркин производил искусственную турбулизацию, причем установка на срезе сопла турбулизирующей решетки повысила значение коэфициента до $a = 0{,}089$, а установка наклонных под углом 45° и оси трубы направляющих лопаток — до значения $a = 0{,}27$.



Фиг. 95. Изменение скорости вдоль оси струи

Этими данными можно пользоваться, когда струя „проектируется", т. е. когда отсутствует возможность определить значение опытной константы a путем непосредственного измерения, например, осевой скорости в центре какого-нибудь поперечного сечения струи.

§ 2. Струя в спутном потоке

Основные соотношения для струи круглого сечения, распространяющейся в спутном потоке, могут быть получены из закона постоянства количества движения в поперечном сечении:

$$2\int_0^\infty W_{\text{н}}\,\Delta W r dr + 2\int_0^\infty \Delta W^2 r dr = W_0 \Delta W_0 R_0^2. \qquad (220)$$

Приведение этого выражения к безразмерному виду дает:

$$2\mu \frac{\Delta W_m}{\Delta W_0}\left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2 \int_0^1 \frac{\Delta W}{\Delta W_m}\eta d\eta + $$

$$+ 2(1-\mu)\left(\frac{\Delta W_m}{\Delta W_0}\right)^2\left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2 \int_0^1 \left(\frac{\Delta W}{\Delta W_m}\right)^2 \eta d\eta = 1. \qquad (220a)$$

Здесь обозначено:

$\Delta W = W - W_н$ — избыточная скорость в произвольной точке,

$\Delta W_m = W_m - W_н$ — избыточная скорость в центре произвольного поперечного сечения струи,

$\Delta W_0 = W_0 - W_н$ — избыточная скорость в начале истечения,

$W_н$ — скорость спутного потока,

$\mu = \frac{W_н}{W^0}$ — безразмерная скорость спутного потока,

$R_{гр}$ — внешний радиус произвольного поперечного сечения струи,

$\eta = \frac{r}{R_{гр}}$ — безразмерный текущий радиус,

R_0 — начальный радиус струи (радиус сопла).

Выражение (220а) справедливо для любого поперечного сечения струи, независимо ни от положения этого сечения на оси струи, ни от свойств струи, характеризуемых опытным коэфициентом a $\left(\text{т. е. независимо от безразмерного расстояния } \frac{ax}{R_0}\right)$.

Если ограничиться рассмотрением основного участка струи, в поперечных сечениях которого эпюры скорости подобны между собой, то определенные интегралы в левой части равенства приобретают постоянные числовые значения:

$$\int_0^1 \frac{\Delta W}{\Delta W_m} \eta d\eta = Q_1,$$

$$\int_0^1 \left(\frac{\Delta W}{\Delta W_m}\right)^2 \eta d\eta = Q_2.$$

Для их определения необходимо обладать законом распределения скорости в поперечном сечении струи в зависимости от начального соотношения скоростей μ.

При малой скорости спутного потока ($\mu \approx 0$) эпюра избыточной скорости струи не должна сильно отличаться от эпюры скорости в струе, распространяющейся в неподвижном воздухе:

$$\left(\frac{\Delta W}{\Delta W_m}\right)_{\mu \approx 0} = \left(\frac{W}{W_m}\right)_{\mu \approx 0}.$$

С другой стороны, при скорости спутного потока, равной скорости истечения из сопла ($\mu = 1$), струя как таковая исчезает (теряется в общем потоке).

Для определения влияния спутного потока на профиль скорости при промежуточных значениях μ ($0 < \mu < 1$) следует обратиться к эксперименту.

Опыт показывает, что в большом диапазоне значений μ профили избыточных скоростей в поперечном сечении струи остаются приблизительно подобными, т. е. выполняется условие:

$$\left(\frac{\Delta W}{\Delta W_m}\right)_{\mu\neq 0}=\left(\frac{W}{W_m}\right)_{\mu=0}=f(\eta).$$

Это обстоятельство позволяет воспользоваться любой из существующих формул или таблиц, дающих распределение скорости в поперечном сечении струи, причем предпочтение должно быть отдано той из них, которая наилучшим образом согласуется с экспериментом. В этом смысле наиболее подходящей оказывается первоначальная таблица Толмина, вычисленная для струи, распространяющейся в спокойном воздухе ($\mu=0$).

Вычисление интегралов при помощи этой таблицы дает:

$$Q_1=0{,}0985,\quad Q_2=0{,}0464.$$

Заметим попутно, что закон распределения скорости в поперечном сечении струи в случае $\mu\approx 1$ был получен В. Я. Бородачевым для плоской струи и Г. Л. Гродзовским для осесимметричной струи в аналитическом виде:

$$\frac{\Delta W}{\Delta W_m}=\left[1-\eta^{\frac{3}{2}}\right]^2 \tag{221}$$

и совпадает с решениями Шлихтинга и Свэн для распределения скорости в аэродинамической тени за телами бесконечно вытянутой и круглой форм[1].

Сопоставление кривой, построенной по этому уравнению, с кривой распределения скорости Толмина приводится на фиг. 96. При наличии численных значений для интегралов Q_1 и Q_2 уравнение импульсов (220а) упрощается:

$$0{,}197\,\mu\frac{\Delta W_m}{\Delta W_0}\left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2+0{,}0928\,(1-\mu)\left(\frac{\Delta W_m}{\Delta W_0}\right)^2\left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2=1. \tag{222}$$

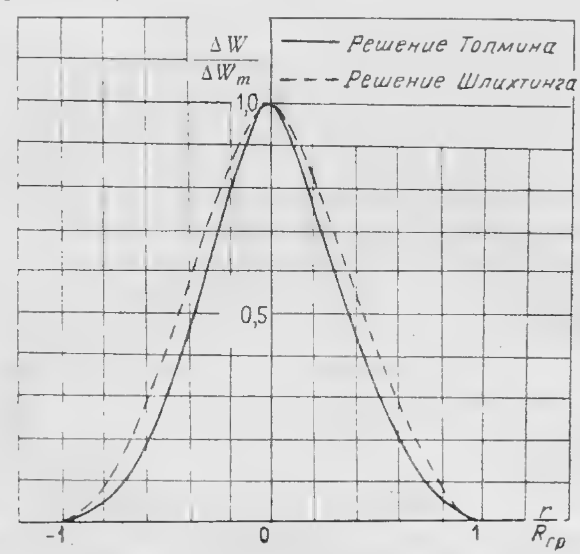
Таким образом, устанавливается связь между двумя величинами, характерными для каждого поперечного сечения струи: безразмерной осевой скоростью в центре сечения $\left(\frac{\Delta W_m}{\Delta W_0}\right)$ и безразмерным радиусом сечения $\left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)$.

Обе величины зависят от безразмерного расстояния $\left(\frac{ax}{R_0}\right)$ между рассматриваемым сечением и источником; для определения характера этой связи требуются некоторые дополнительные предположения.

---

[1] Вычисление коэфициентов по этой формуле дает: $Q_1=0{,}129$, $Q_2=0{,}067$.

Путь, выбранный Гродзовским, заключается в сопоставлении границ струи, выраженных через осевую скорость уравнением (222) (при малых значениях скорости спутного потока), с границами струи, выраженными через расстояние по формуле Толмина (при $\mu=0$).



Фиг. 96. Сравнение решения Толмина с формулой Шлихтинга

Из выражения (222) при условии $\mu \approx 0$ может быть определен радиус сечения как функция безразмерной скорости на оси:

$$\left(\frac{R_{гр}}{R_0}\right)_{\mu\sim 0} = \frac{3{,}3}{\sqrt{1-\mu}\,\frac{\Delta W_m}{\Delta W_0}}.$$

С другой стороны, Толминым (при $\mu=0$) границы струи выражены через расстояние:

$$\left(\frac{R_{гр}}{R_0}\right)_{\mu=0} = \frac{3{,}4\,ax}{R_0}. \tag{223}$$

Приравнивая оба выражения друг другу, можно получить закон изменения осевой скорости в виде:

$$\frac{\Delta W_m}{\Delta W_0} = \frac{0{,}96}{\sqrt{1-\mu}\,\frac{ax}{R_0}}. \tag{224}$$

Строго говоря, этот закон справедлив только для умеренных значений скорости спутного потока ($\mu \approx 0$). Из него, между прочим, следует естественный вывод, что с возрастанием скорости спутного потока (т. е. с увеличением μ) увеличивается и осевая скорость струи (W_m). При дальнейшем увеличении скорости спутного потока закон обратной пропорциональности между осевой скоростью и расстоянием перестает действовать и уступает место иному закону:

$$\frac{\Delta W_m}{\Delta W_0} = \frac{K}{\sqrt[3]{\left(\frac{ax}{R_0}\right)^2}}.$$

Тем не менее в первом грубом приближении выражение (224) распространяется на весь диапазон изменения μ, откуда при помощи (222) устанавливается закон изменения ширины струи в зависимости от безразмерных скорости спутного потока (μ) и расстояния $\left(\frac{ax}{R_0}\right)$:

$$\frac{R_{гр}}{R_0} = \frac{1}{\sqrt{\frac{0{,}19\mu}{\frac{ax}{R_0}\sqrt{1-\mu}} + \frac{0{,}0865}{\left(\frac{ax}{R_0}\right)^2}}}. \qquad (225)$$

Основной особенностью струи в спутном потоке является криволинейность границ. Границы струи для разных значений скорости спутного потока изображены на фиг. 97 [1].

Условие $\mu = 0$ обращает выражение (225) в (223), трактующее о прямолинейности границ струи.

Условие $R_{гр} = R_0$ позволяет вычислить глубину полюса (по отношению к срезу сопла):

$$\frac{ah_0}{R_0} = \frac{0{,}095\mu}{\sqrt{1-\mu}} + \sqrt{\frac{0{,}009\mu^2}{1-\mu} + 0{,}0865}. \qquad (226)$$

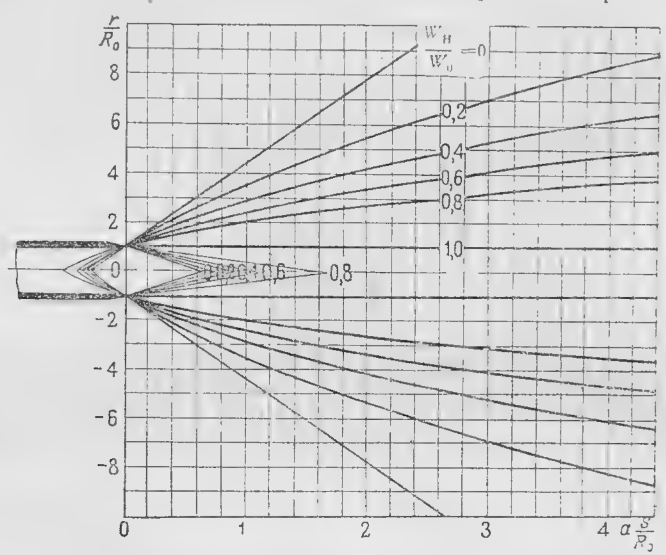
Как следует из формулы (226), в связи с изменением скорости спутного потока глубина полюса изменяется от минимального значения

$$\left(\frac{ah_0}{R_0}\right)_{min} = \sqrt{0{,}0865} = 0{,}29,$$

---

[1] Фиг. 97, 98 и 99 составлены Г. Л. Гродзовским.

соответствующего случаю отсутствия внешнего потока $\mu=0$, до бесконечно большого значения, соответствующего равенству на-



Фиг. 97. Границы струи в зависимости от скорости спутного потока

чальной скорости струи и скорости внешнего потока ($\mu=1$) (см. фиг. 98). Одновременно формула (224) позволяет воспользоваться условием: $\Delta W_m = \Delta W_0$ для определения абсциссы переходного сечения

$$\frac{ax_0}{R_0} = \frac{0,96}{\sqrt{1-\mu}}, \tag{227}$$

которая по мере увеличения скорости спутного потока от нуля до единицы изменяет свою величину от минимального значения

$$\left(\frac{ax_0}{R_0}\right)_{\min} = 0,96$$

до бесконечности.

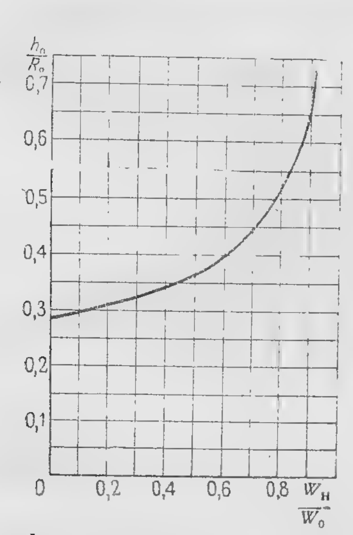
Расстояние между начальным и переходным сечениями струи определяется как разность выражений (227) и (226) и равно:

$$\frac{as_0}{R_0} = \frac{0,96 - 0,095\mu}{\sqrt{1-\mu}} - \sqrt{\frac{0,009\mu^2}{1-\mu} + 0,0865}\ . \tag{228}$$

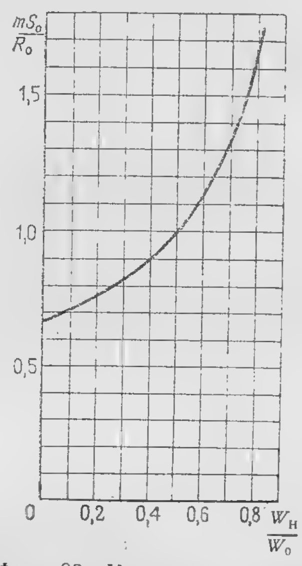
Вообще с увеличением скорости спутного потока от нуля до скорости истечения струи длина ядра потока растет (фиг. 99), его границы сливаются с внешними границами струи, и вся струя

обращается в трубку тока с постоянным поперечным сечением, соответствующим исходному сечению сопла.

Формулы (225), (226) и (227) позволяют построить геометрические очертания струи, а формула (224) совместно с табл. 3 дает возможность рассчитать значение скорости в любой точке, заданной координатами x и r.



Фиг. 98. Изменение глубины полюса в зависимости от скорости спутного потока



Фиг. 99. Изменение длины начального участка в зависимости от скорости спутного потока

Проведенные Г. Л. Гродзовским для струи в спутном потоке опыты, а также опыты Пабста показывают, что значение экспериментальной константы a находится в тех же пределах, что и для струи, распространяющейся в неподвижном воздухе.

§ 3. Горячая струя сжимаемого газа

Закон постоянства количества движения в струе предопределяет более быстрое затухание скорости в том случае, если струя распространяется в среде более плотной, чем ее вещество. Это в полной мере относится к распространению горячей струи в холодном (более плотном) воздухе.

Кроме того, в горячей струе остается постоянным избыточное теплосодержание, вычисляемое по избыточной (по отношению к окружающей среде) температуре.

В настоящем параграфе мы попытаемся найти приближенные формулы для определения скорости и температуры на оси круг-

лой горячей струи. В отличие от случая слабого подогрева (когда газ можно считать несжимаемой жидкостью), здесь будет рассмотрен случай произвольного подогрева сжимаемого газа.

Исходные уравнения

В основу расчета положены:

1) закон постоянства количества движения в поперечном сечении струи:

$$2\pi\int_0^\infty \rho W^2 r dr = \pi \rho_0 W_0^2 R_0^2, \tag{229}$$

2) закон постоянства теплосодержания:

$$2\pi\int_0^\infty \rho W \Delta T r dr = \pi \rho_0 W_0 \Delta T_0 R_0^2. \tag{230}$$

Выразим их в безразмерном виде:

$$2\int_0^\infty \frac{\rho}{\rho_0}\left(\frac{W}{W_0}\right)^2 \frac{r}{R_0} d\frac{r}{R_0} = 1 \tag{229a}$$

и

$$2\int_0^\infty \frac{\rho}{\rho_0} \frac{W}{W_0} \frac{\Delta T}{\Delta T_0} \frac{r}{R_0} d\frac{r}{R_0} = 1. \tag{230a}$$

Уравнение Клапейрона для случая $p=\text{const}$ дает:

$$\frac{\rho}{\rho_0} = \frac{T_0}{T}.$$

Поэтому исходные выражения, составленные в самом общем виде, будут:

$$2\int_0^\infty \frac{T_0}{T}\left(\frac{W}{W_0}\right)^2 \frac{r}{R_0} d\frac{r}{R_0} = 1 \tag{231}$$

и

$$2\int_0^\infty \frac{T_0}{T} \frac{W}{W_0} \frac{\Delta T}{\Delta T_0} \frac{r}{R_0} d\frac{r}{R_0} = 1. \tag{232}$$

Преобразуем каждый из сомножителей, стоящих под знаком интеграла, с целью отделить постоянные величины от переменных. Множитель $\frac{r}{R_0}$ может быть представлен так:

$$\frac{r}{R_0} = \frac{r}{R_{\text{гр}}} \frac{R_{\text{гр}}}{R_0}.$$

Далее:

$$\frac{W}{W_0}=\frac{W}{W_m}\,\frac{W_m}{W_0}, \qquad \frac{\Delta T}{\Delta T_0}=\frac{\Delta T}{\Delta T_m}\,\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0}.$$

Множитель $\frac{T_0}{T}$ равен:

$$\frac{T_0}{T}=\frac{T_0}{T_{\text{н}}+\Delta T}=\frac{T_0}{T_{\text{н}}}\,\frac{1}{1+\frac{\Delta T}{T_{\text{н}}}}.$$

Переменная часть его:

$$\frac{\Delta T}{T_{\text{н}}}=\frac{\Delta T}{\Delta T_m}\,\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0}\,\frac{\Delta T_0}{T_{\text{н}}},$$

где

$$\frac{\Delta T_0}{T_{\text{н}}}=\frac{T_0-T_{\text{н}}}{T_{\text{н}}}=\frac{T_0}{T_{\text{н}}}-1.$$

Вводя обозначение для безразмерного начального подогрева:

$$\theta=\frac{T_0}{T_{\text{н}}},$$

перепишем множитель $\frac{T_0}{T}$ в виде:

$$\frac{T_0}{T}=\theta\,\frac{1}{1+(\theta-1)\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0}\,\frac{\Delta T}{\Delta T_m}}.$$

После подстановки этих значений в (231) и (232) получим исходные соотношения в окончательном виде:

$$2\theta\left(\frac{W_m}{W_0}\right)^2\left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2\int\limits_0^1\frac{\left(\frac{W}{W_m}\right)^2\eta\,d\eta}{1+(\theta-1)\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0}\,\frac{\Delta T}{\Delta T_m}}=1 \qquad (233)$$

и

$$2\theta\frac{W_m}{W_0}\,\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0}\left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2\int\limits_0^1\frac{\frac{W}{W_m}\,\frac{\Delta T}{\Delta T_m}\,\eta\,d\eta}{1+(\theta-1)\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0}\,\frac{\Delta T}{\Delta T_m}}=1. \qquad (234)$$

Двучленные знаменатели выражений, находящихся под знаком интеграла, упрощаются в двух крайних случаях (очень слабого и очень сильного подогревов).

1. Случай очень слабого подогрева струи

При этом $\theta \approx 1$ и второй член знаменателя становится пренебрежимо малым по сравнению с единицей.

Тогда (233) и (234) соответственно обращаются в выражения:

$$2\,\theta\left(\frac{W_m}{W_0}\right)^2\left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2\int_0^1\left(\frac{W}{W_m}\right)^2\eta\,d\,\eta=1 \tag{233a}$$

и

$$2\,\theta\,\frac{W_m}{W_0}\,\frac{\Delta\,T_m}{\Delta\,T_0}\left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2\int_0^1\frac{W}{W_m}\,\frac{\Delta\,T}{\Delta\,T_m}\,\eta\,d\,\eta=1, \tag{234a}$$

2. Случай бесконечно сильного подогрева струи

При этом $\theta \to \infty$ и единица становится пренебрежимо малой по сравнению со вторым членом знаменателя.

Тогда из выражений (233) и (234) имеем:

$$\frac{2\left(\frac{W_m}{W_0}\right)^2\left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2}{\frac{\Delta\,T_m}{\Delta\,T_0}}\int_0^1\frac{\left(\frac{W}{W_m}\right)^2\eta\,d\,\eta}{\frac{\Delta\,T}{\Delta\,T_m}}=1 \tag{233b}$$

и

$$2\,\frac{W_m}{W_0}\left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2\int_0^1\frac{W}{W_m}\,\eta\,d\,\eta=1; \tag{234b}$$

Приложим полученные результаты к расчету. Прежде всего сделаем следующие предположения.

1. Распределение скорости в поперечном сечении струи с подогревом не изменяется:

$$\left(\frac{W}{W_m}\right)_{\text{г}}=\left(\frac{W}{W_m}\right)_{\text{х}}=f\left(\frac{r}{R_{\text{гр}}}\right).$$

Это предположение позволяет заменить интегралы в выражениях (233a) и (234b) числами:

$$\int_0^1\left(\frac{W}{W_m}\right)^2\eta\,d\,\eta=0{,}0464,\quad \int_0^1\frac{W}{W_m}\,\eta\,d\,\eta=0{,}0985,$$

и упростить сами выражения:

$$\theta\left(\frac{W_m}{W_0}\right)^2\left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2=10{,}85, \tag{235}$$

$$\left(\frac{W_m}{W_0}\right)\left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2=5{,}10. \tag{236}$$

2. Связь между безразмерными значениями температуры и скорости в поперечном сечении струи с подогревом не изменяется:

$$\frac{\Delta T}{\Delta T_m} = \sqrt{\frac{W}{W_m}}.$$

Тогда интегралы в оставшихся выражениях (234а) и (233b) также могут быть заменены числом и притом одним:

$$\int_0^1 \frac{W}{W_m} \frac{\Delta T}{\Delta T_m} \eta \, d\eta = \int_0^1 \frac{\left(\frac{W}{W_m}\right)^2 \eta \, d\eta}{\frac{\Delta T}{\Delta T_m}} = \int_0^1 \left(\frac{W}{W_m}\right)^{1,5} \eta \, d\eta = 0,0640,$$

а сами выражения дадут:

$$\theta \frac{W_m}{W_0} \frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} \left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2 = 7,84 \tag{237}$$

и

$$\frac{\left(\frac{W_m}{W_0}\right)^3 \left(\frac{R_{\text{гр}}}{R_0}\right)^2}{\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0}} = 7,84. \tag{238}$$

Из сопоставления (235) и (237) следует, что при очень слабом подогреве существует пропорциональная связь между безразмерной скоростью и температурой в каждом поперечном сечении струи:

$$\left(\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0}\right)_{\theta \approx 1} = 0,722 \frac{W_m}{W_0}.$$

Сопоставление же (236) и (238) приводит к аналогичной зависимости в случае бесконечно сильного начального подогрева струи:

$$\left(\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0}\right)_{\theta \to \infty} = 0,652 \frac{W_m}{W_0}.$$

Как видно из рассмотренных крайних случаев, существует прямая пропорциональность между безразмерными температурой и скоростью на оси струи:

$$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = K \frac{W_m}{W_0}.$$

Коэфициент пропорциональности K зависит от степени начального подогрева, но эта зависимость выражается так слабо, что даже при бесконечно сильном начальном подогреве струи значение коэфициента K всего на 10% отличается от его значения при очень сла-

бом подогреве. Поэтому для приближенного расчета можно считать, что в случае промежуточного подогрева

$$K = 0{,}73,$$

а соотношение

$$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = 0{,}73 \frac{W_m}{W_0} \qquad (239)$$

справедливо для всех практически интересных случаев начального подогрева струи.

Заметим, что эти выводы получены безотносительно к расстоянию между рассматриваемым поперечным сечением и источником, а также независимо от турбулентности потока, начального распределения скорости в срезе сопла и других факторов, учитываемых опытным коэфициентом.

Теперь следует ввести зависимость границ струи и безразмерных осевых скорости и температуры от расстояния x. Для этого потребуется еще одно дополнительное предположение. Сформулируем его следующим образом:

3. Границы горячей струи остаются прямолинейными:

$$R_{гр} = \delta\, x,$$

где $\delta = \mathrm{const}$.

Предположение о прямолинейности границ может быть для горячих струй обосновано точно таким же способом, как это было сделано для холодных струй на основании идеи Прандтля о пути смешения. При этом δ явится единственной экспериментальной константой, посредством которой одновременно с прочими факторами (начальная турбулентность потока, начальное распределение скорости на выходе из сопла) надлежит также учитывать и степень начального подогрева. Зависимость δ от θ должна устанавливаться опытным путем. Удобнее вместо новой величины δ пользоваться коэфициентом a, причем связь между δ и a может быть получена из закона прямолинейности границ холодной струи:

$$R_{гр} = 3{,}4\, ax.$$

Отсюда $\delta = 3{,}4\, a$.

Расчетные формулы

Затухание скорости вдоль оси горячей струи может быть определено из уравнений (233) и (234). Предварительно получим простые формулы, дающие связь между скоростью и расстоянием в двух крайних случаях подогрева:

а) В случае очень слабого начального подогрева можно воспользоваться выражением (235) в виде:

$$\frac{W_m}{W_0} = \frac{\sqrt{10{,}85}}{\sqrt{\theta}\, \frac{R_{гр}}{R_0}}\,.$$

Делая замену $\frac{R_{гр}}{R_0} = \frac{3,4\,ax}{R_0}$, получим:

$$\frac{W_m}{W_0} = \frac{0,96}{\sqrt{\theta}\,\frac{ax}{R_0}}. \qquad (240)$$

Это и есть формула, дающая изменение осевой скорости вдоль оси слабо подогретой струи. Воспользовавшись соотношением (239), найдем формулу изменения температуры вдоль оси слабо нагретой струи:

$$\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = \frac{0,7}{\sqrt{\theta}\,\frac{ax}{R_0}}. \qquad (241)$$

b) В случае бесконечно сильного начального нагрева выражение (236) дает:

$$\frac{W_m}{W_0} = \frac{5,10}{\left(\frac{R_{гр}}{R_0}\right)^2}.$$

Отсюда получается формула изменения осевой скорости для этого частного случая:

$$\frac{W_m}{W_0} = \frac{0,44}{\left(\frac{ax}{R_0}\right)^2}. \qquad (242)$$

Для определения закона падения скорости в случае произвольного подогрева возвратимся к (233).

Делая замену:

$$\frac{R_{гр}}{R_0} = 3,4\,\frac{ax}{R_0}, \qquad \frac{\Delta T_m}{\Delta T_0} = 0,73\,\frac{W_m}{W_0}$$

и прибегая к обозначению:

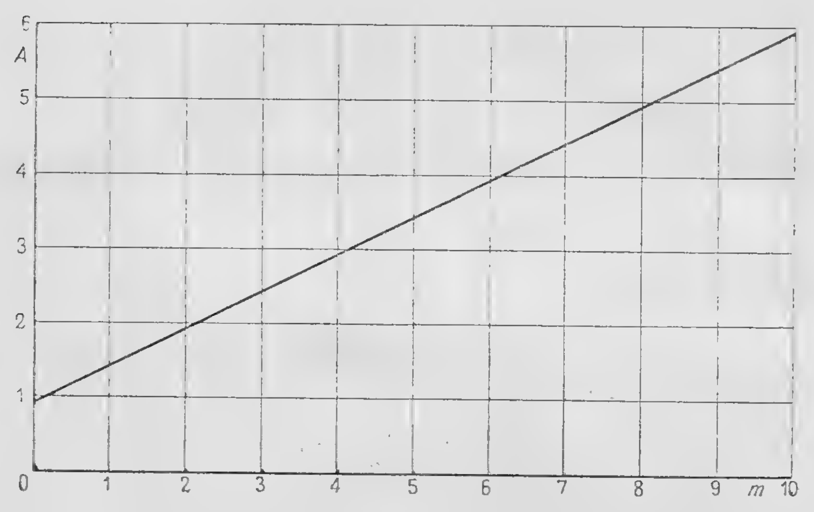
$$A = \frac{1}{2\cdot 3,4^2 \int\limits_0^1 \frac{\left(\frac{W}{W_m}\right)^2 \eta\, d\eta}{1 + 0,73\, m\sqrt{\frac{W}{W_m}}}},$$

где

$$m = (\theta - 1)\,\frac{W_m}{W_0},$$

получим значение безразмерного расстояния $\left(\frac{ax}{R_0}\right)$ от полюса, на котором находится поперечное сечение струи с заданной в его центре безразмерной скоростью $\frac{W_m}{W_0}$:

$$\frac{ax}{R_0} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{6}\,\frac{W_m}{W_0}} .$$



Фиг. 100. Значение параметра A в зависимости от m

Значение параметра A при разных значениях m приведено на фиг. 100 и в следующей таблице:

m	A	m	A
0	0,94	6	3,94
1	1,45	7	4,42
2	1,95	8	4,95
3	2,45	9	5,44
4	2,94	10	5,95
5	3,45		

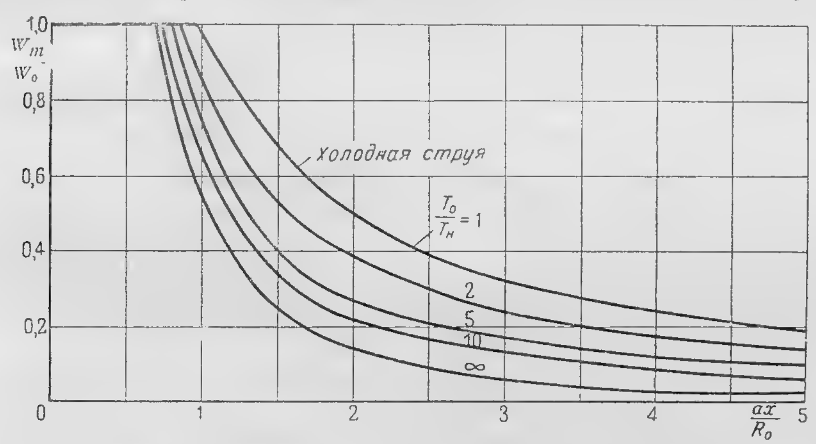
Как видно из фиг. 100, функция A для приведенных значений m прямолинейна. Это обстоятельство позволяет воспользоваться уравнением прямой:

$$A = 0{,}5\,m + 0{,}935 \qquad (243)$$

для составления интерполяционной рабочей формулы, с достаточной степенью точности охватывающей весь диапазон начального подогрева струи:

$$\frac{ax}{R_0} = \frac{0{,}96}{\frac{W_m}{W_0}\sqrt{\theta}} \sqrt{1 + 0{,}535\,(\theta - 1)\,\frac{W_m}{W_0}}\,. \qquad (244)$$

На основании этой формулы построен сводный график (фиг. 101). Две крайние кривые на этом графике соответствуют случаям отсутствия подогрева и бесконечно сильного начального подогрева.



Фиг. 101. Изменение скорости вдоль оси горячей струи в зависимости от начального подогрева

Из рассмотрения графика видно, что с увеличением степени начального подогрева осевая скорость струи затухает быстрее, а начальный участок сокращается.

Аналогичная формула для связи между $\frac{ax}{R_0}$ и $\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0}$ будет:

$$\frac{ax}{R_0} = \frac{0{,}7}{\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0}\sqrt{\theta}} \sqrt{1 + 0{,}735\,(\theta - 1)\,\frac{\Delta T_m}{\Delta T_0}}\,. \qquad (245)$$

§ 4. Струя с тяжелыми примесями (двухфазная струя)

Рассмотрим газовую струю, содержащую во взвешенном состоянии тяжелые примеси в жидкой или твердой фазе. Такие

струи получаются, например, у пневматических форсунок и в ряде других случаев.

Даже при очень больших начальных концентрациях примеси, благодаря существенному различию в плотности газа и примеси, струю можно рассматривать как газовую. Например, в струях пневматических форсунок, при нормальном соотношении веса распыливаемого горючего к весу воздуха (около единицы), отношение объемов воздуха и жидкого горючего будет около тысячи. По мере удаления от форсунки, — за счет присоединения воздуха к струе, — это отношение в струе увеличивается еще в десятки раз. При этом движение мелких взвешенных капелек в струе в основном подчиняется движению воздуха (т. е. скорость частиц примеси приблизительно совпадает с местной скоростью воздуха в струе). Поэтому справедливо подойти к рассмотрению струи, содержащей примеси, как к свободной воздушной струе. В то же время наличие посторонней примеси, масса которой соизмерима с массой воздуха в струе, не может не внести поправок в законы ее распространения. Оценкой этих поправок мы и займемся.

Определение скорости и концентрации на оси струи

Будем исходить из закона постоянства количества движения. Импульс двухфазной струи может быть записан в следующем виде:

$$\int_0^\infty \rho_в W^2 (1+\varkappa)\, dF = \frac{G_в}{g} W_0 + \frac{G_п}{g} W_п = \mathrm{const}, \qquad (246)$$

где $\varkappa$ и W — местные концентрация примеси и скорость в произвольной точке струи,

$G_в$ и $G_п$ — соответственно начальные весовые расходы воздуха и примеси,

W_0 и $W_п$ — соответственно начальные скорости воздуха и примеси,

$\rho_в$ — плотность воздуха,

dF — элемент площади.

Для струи круглого сечения:

$$dF = 2\pi r\, dr = 2\pi (ax)^2 \varphi\, d\varphi,$$

где a — опытная константа,

$\varphi = \dfrac{r}{ax}$ — безразмерная координата.

При этом уравнение импульса приобретает вид:

$$2\pi (ax)^2 \rho_в W_m^2 \int_0^{\varphi_{гр}} \left(\frac{W}{W_m}\right)^2 (1+\varkappa)\varphi\, d\varphi = \frac{G_в W_0}{g}\left(1 + \frac{G_п}{G_в}\frac{W_п}{W_0}\right).$$

Интеграл в левой части равенства составлен из двух:

$$\int_0^{\varphi_{гр}} \left(\frac{W}{W_m}\right)^2 \varphi\, d\varphi + \int_0^{\varphi_{гр}} \varkappa \left(\frac{W}{W_m}\right)^2 \varphi\, d\varphi.$$

Безразмерная скорость в поперечном сечении струи зависит от безразмерной координаты φ:

$$\frac{W}{W_m} = f(\varphi)$$

и эта зависимость для свободных струй известна (см. табл. 1 на стр. 188).

Предполагая, что наличие примесей не вносит заметного искажения в характер распределения скорости, можно при помощи табл. 1 вычислить значение первого интеграла (см. табл. 2 на стр. 189).

Оно составляет:

$$\int_0^{\varphi_{гр}} \left(\frac{W}{W_m}\right)^2 \varphi\, d\varphi = 0{,}535.$$

Теория струи подчиняет распределение безразмерной концентрации в поперечном сечении струи закону:

$$\frac{\varkappa}{\varkappa_0} = \sqrt{\frac{W}{W_m}}. \qquad (247)$$

Следовательно, второй интеграл приобретает также определенное значение:

$$\varkappa_m \int_0^{\varphi_{гр}} \left(\frac{W}{W_0}\right)^{\frac{5}{2}} \varphi\, d\varphi = 0{,}415\, \varkappa_m.$$

Наконец, из теории струи известна зависимость безразмерной концентрации от безразмерной скорости на оси струи:

$$\frac{\varkappa_m}{\varkappa_0} = 0{,}73\, \frac{W_m}{W_0}. \qquad (248)$$

При этом левая часть уравнения импульсов обращается в

$$2\pi (ax)^2 \rho_в W_m^2 \left(0{,}535 + 0{,}303\, \varkappa_0 \frac{W_m}{W_0}\right).$$

В свою очередь правая часть может быть записана следующим образом:

$$\pi R_0^2 \rho_в W_0^2 (1 + \varkappa_0 \nu_0),$$

где $\nu_0 = \frac{W_п}{W_0}$ — отношение начальной скорости примеси к начальной скорости вещества струи,

$\varkappa_0 = \frac{G_п}{G_в}$ — начальная концентрация примеси в струе,

R_0 — начальный радиус струи (радиус отверстия истечения).

Производя необходимые преобразования, можно связать безразмерные расстояния $\frac{ax}{R_0}$ и безразмерную скорость на оси струи $\frac{W_m}{W_0}$ равенством:

$$\frac{ax}{R_0} = \frac{0{,}96}{\frac{W_m}{W_0}} \frac{\sqrt{1 + \varkappa_0 \nu_0}}{\sqrt{1 + 0{,}567 \varkappa_0 \frac{W_m}{W_0}}}. \qquad (249)$$

В случае отсутствия в струе примеси ($\varkappa_0 = 0$) формула (249) автоматически приводит к закону изменения скорости по оси свободной струи (не содержащей примеси):

$$\frac{W_m}{W_0} = \frac{0{,}96}{\frac{ax}{R_0}}.$$

При наличии примеси падение осевой скорости в струе зависит как от начальной концентрации примеси:

$$\varkappa_0 = \frac{G_п}{G_в},$$

так и от соотношения начальных скоростей примеси и воздуха

$$\nu_0 = \frac{W_п}{W_0}.$$

Наибольший интерес представляют два случая:

а) Скорость примеси в начале истечения равна скорости истечения ($W_п = W_0$; $\nu = 1$). В этом случае формула (249) приобретает вид:

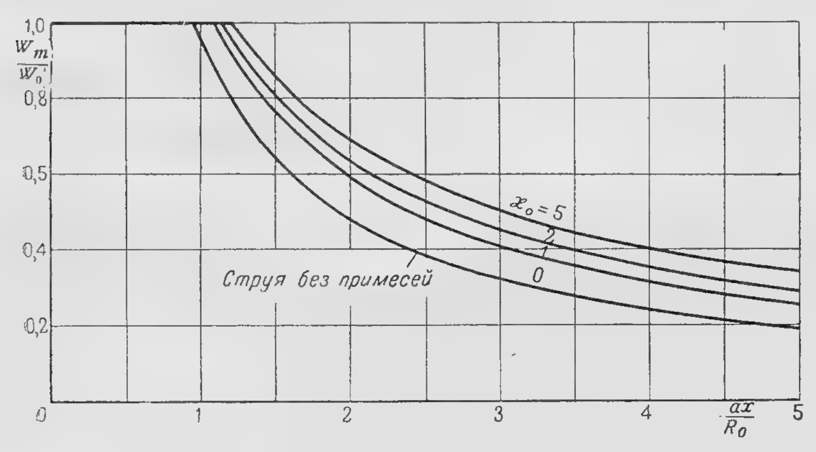
$$\frac{ax}{R_0} = \frac{0{,}96}{\left(\frac{W_m}{W_0}\right)} \frac{\sqrt{1 + \varkappa_0}}{\sqrt{1 + 0{,}567 \varkappa_0 \frac{W_m}{W_0}}}. \qquad (250)$$

b) Скорость примеси в начале истечения равна нулю ($W_п = \nu_0 = 0$), т. е. добавление примеси к струе происходит вне сопла истечения с нулевой скоростью. В этом случае, так как отсутствует начальный импульс примеси, исключается член $\sqrt{1 + \varkappa_0 \nu_0}$ из формулы (249). Тогда

$$\frac{ax}{R_0} = \frac{0{,}96}{\frac{W_m}{W_0}\sqrt{1 + 0{,}567\,\varkappa_0 \frac{W_m}{W_0}}}. \tag{251}$$

На основании формул (250) и (251) составлены графики (фиг. 102 и 103). Из рассмотрения этих графиков видно, что:

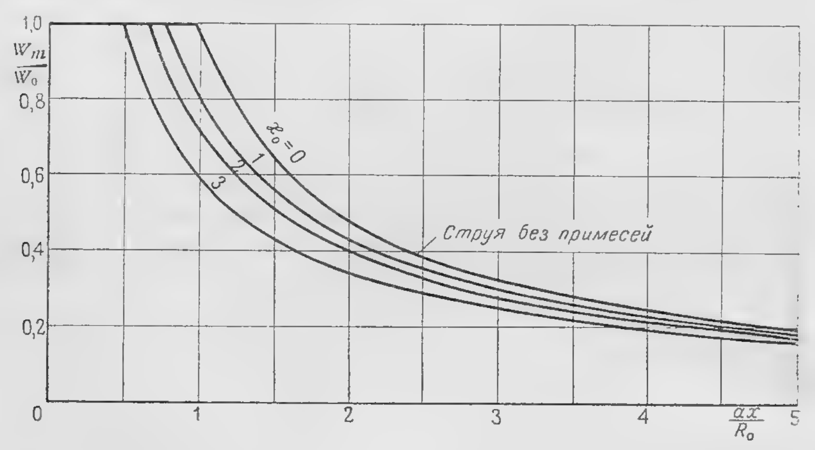
1) наличие тяжелой примеси существенно влияет на формирование струи, причем это влияние возрастает с увеличением начальной концентрации примеси $\varkappa_0$;



Фиг. 102. Изменение скорости вдоль оси струи в зависимости от концентрации примеси (начальная скорость примеси равна начальной скорости воздуха)

2) наличие или отсутствие начальной скорости примеси по-разному отражается на законах затухания осевой скорости струи. Так, если примесь выбрасывается из отверстия истечения с начальной скоростью, равной начальной скорости струи, то импульс струи увеличивается за счет импульса примеси, и затухание скорости в струе происходит медленнее, чем в струе, свободной от примеси. Если же примесь добавляется вне сопла (не имеет начальной скорости), то струя, затрачивая энергию на вовлечение примеси в движение, теряет свою скорость, причем падение скорости в струе происходит быстрее, чем в струе, свободной от примеси. По мере распространения струи влияние начальной концентрации и скорости примеси уменьшается, и, на-

чиная с расстояния $x \approx 5 \frac{R_0}{a}$, струя, несущая примеси, по скорости своего распространения практически не отличается от нормальной свободной струи.



Фиг. 103. Изменение скорости вдоль оси струи в зависимости от начальной концентрации примеси (начальная скорость примеси равна нулю)

Воспользовавшись соотношениями (248) и (251), можно составить формулы, дающие связь между безразмерными расстоянием и концентрацией по оси струи.

a) При начальной скорости примеси, равной скорости истечения струи ($W_п = W_0$; $\nu_0 = 1$):

$$\frac{ax}{R_0} = 0,7 \frac{\varkappa_0}{\varkappa_m} \frac{\sqrt{1+\varkappa_0}}{\sqrt{1+0,776\,\varkappa_m}}. \tag{252}$$

b) При начальной скорости примеси, равной нулю ($W_п = \nu_0 = 0$):

$$\frac{ax}{R_0} = 0,7 \frac{\varkappa_0}{\varkappa_m \sqrt{1+0,776\,\varkappa_m}}. \tag{253}$$

Приведенные формулы совместно с кривыми распределения скорости и концентрации в поперечном сечении струи позволяют составить полную картину распределения скорости и концентрации по всему объему струи.

§ 5. Некоторые характеристики горящего факела

1. Длина факела горения

Когда примесью является сжигаемое в струе жидкое горючее, образуется горящий факел. Горение происходит в основном в тех

областях факела, где к горючему подводится достаточное количество воздуха.

Пусть, например, для полного сгорания необходимо отношение веса воздуха к весу горючего (нефтяное горючее):

$$\frac{G_{в}}{G_{п}} \approx 15.$$

Тогда верхний предел концентрации, при которой происходит полное сгорание:

$$\varkappa_{кр} \approx \frac{1}{15}.$$

Формулы, дающие распределение концентрации вдоль и поперек оси свободной струи, позволяют приближенно оценить контур факела, как кривую постоянной концентрации $\varkappa = \varkappa_{кр}$. В частности, длину факела можно определить из формул (252) и (253) с подстановкой

$$\varkappa_m = \varkappa_{кр}.$$

В случае, если начальная скорость примеси совпадает с начальной скоростью истечения струи ($W_{п} = W_0$; $\nu_0 = 1$), длина факела горения определится из (252):

$$\left(\frac{ax}{R_0}\right)_{max} = 0{,}7\,\frac{\varkappa_0}{\varkappa_{кр}}\,\frac{\sqrt{1+\varkappa_0}}{\sqrt{1+0{,}776\,\varkappa_{кр}}}. \tag{254}$$

При значении $\varkappa_{кр} = \frac{1}{15}$ формула упрощается:

$$\left(\frac{ax}{R_0}\right)_{max} \approx 10\,\varkappa_0\sqrt{1+\varkappa_0}. \tag{254a}$$

В случае, если начальная скорость примеси равна нулю ($W_{п} = \nu_0 = 0$), длина факела горения определится из (253):

$$\left(\frac{ax}{R_0}\right)_{max} = \frac{0{,}7\,\varkappa_0}{\varkappa_{кр}\sqrt{1+0{,}776\,\varkappa_{кр}}}. \tag{255}$$

При значении $\varkappa_{кр} = \frac{1}{15}$:

$$\left(\frac{ax}{R_0}\right)_{max} \approx 10\,\varkappa_0. \tag{255a}$$

Как видно из приведенных формул, безразмерная длина факела горения зависит от начальной концентрации примеси. Указанное справедливо при условии свободного и достаточного доступа воздуха извне и характеризует минимальные возможные размеры факела.

2. Минимальный необходимый расход воздуха для полного сгорания

Если известен вес воздуха $l_0^{т}$, теоретически необходимый для сжигания 1 *кг* горючего, то вес воздуха $G_в^{т}$, необходимый для сжигания $G_п$ *кг* горючего, определяется по формуле:

$$G_в^{т} = l_0^{т} G_п . \qquad (256)$$

Это соотношение справедливо лишь при условии совершенного перемешивания горючего и воздуха.

Если же, как это и имеет место в факеле горения, механизм перемешивания не обеспечивает полной равномерности, то вычисленный по формуле (256) вес воздуха оказывается недостаточным, что приводит к неполноте сгорания.

Выше была вычислена длина факела горения из условия свободного и достаточного поступления воздуха извне. Определим, какое количество воздуха будет подмешано извне к факелу к концу горения, т. е. на длине $\left(\frac{ax}{R_0}\right)_{max}$. Очевидно, что это количество воздуха и явится минимальным необходимым. При этом будем исходить из закона формирования свободной струи:

$$Q_x = 2{,}22\, Q_0 \left(\frac{ax}{R_0}\right).$$

Умножая обе части на удельный вес воздуха $\gamma_в$ и прибегая к обозначениям:

$G_в^{т}$ — теоретически необходимый вес воздуха для сжигания G *кг* горючего,

$G_в$ — начальный весовой расход воздуха, выдуваемого из пневматической форсунки,

$l_0^{т} = \frac{1}{\varkappa_{кр}}$ — теоретически необходимый вес воздуха для сжигания 1 *кг* горючего,

$\left(\frac{ax}{R_0}\right)_{max}$ — длина факела (к моменту окончания горения),

получим:

$$G_в^{т} = 2{,}22\, G_в \left(\frac{ax}{R_0}\right)_{max} . \qquad (257)$$

Заменяя $\left(\frac{ax}{R_0}\right)_{max}$, например, по (255), получим:

$$G_в^{т} = 2{,}22\, G_в\, 0{,}7 \frac{\varkappa_0}{\varkappa_{кр} \sqrt{1 + 0{,}776\, \varkappa_{кр}}} \approx 1{,}55 \frac{G_в\, \varkappa_0}{\varkappa_{кр}} .$$

Но $G_в \varkappa_0 = G_п$; $\frac{1}{\varkappa_{кр}} = l_0^т$, поэтому минимально необходимый вес воздуха будет:

$$G_в^т = 1{,}55\, l_0^т\, G_п\,, \tag{258}$$

т. е. он в $1\frac{1}{2}$ раза превышает вычисленный по формуле (256). К этому же результату можно подойти, исходя из соотношения между максимальной (на оси струи) и средней концентрациями в поперечном сечении струи:

$$\frac{\varkappa_{ср}}{\varkappa_m} = 0{,}66.$$

Делая замену $\varkappa = \frac{1}{l_0}$, получим:

$$l_{0\,ср} = 1{,}52\, l_{0\,m}\,.$$

Так как полное сгорание дожно быть обеспечено по всему сечению факела, в том числе и на оси, то, подставив значение $l_{0\,ср}$ в формулу (256), мы получим необходимый расход воздуха для обеспечения сгорания в наиболее неблагоприятном месте сечения — по оси факела:

$$G_в^т = 1{,}52\, l_{0\,m}\, G_п\,.$$

Индекс m обозначает, что на оси факела будет обеспечено достаточное для полного сгорания количество воздуха ($l_{0m} = l_0^т$).

При этом „в среднем“ будет подано воздуха в $1\frac{1}{2}$ раза больше, чем нужно для сжигания заданного количества горючего, но при струйном способе перемешивания это неизбежно.

3. Распространение факела горения

Существенная особенность факела горения (отличающая его от горячей струи) заключается в том, что теплообразование происходит в объеме самой струи. С процессом горения связано изменение физического состояния газа; к концу горения факел превращается в нормальную горячую струю с присущими ей законами распространения.

Приведем аэродинамический расчет факела горения в первом, весьма грубом приближении. Для этого предположим, что участок струи, в котором происходит связанное с горением изменение состояния газа, сравнительно мал и находится вблизи среза сопла.

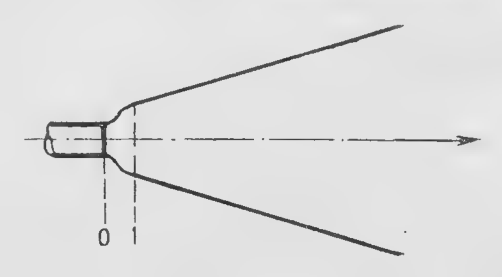
Это предположение позволяет свести чрезвычайно сложный расчет факела горения к двум простым операциям:

1) к расчету параметров струи в сечении, где по предположению горение закончено,

2) к аэродинамическому расчету горячей струи, ведущей начало от этого сечения.

Разумеется, при такой упрощенной схеме выпадает участок, на котором фактически совершается горение, однако для ряда практических задач это можно допустить.

Пусть процесс горения совершается на коротком участке, расположенном, по упрощающему предположению, у среза сопла (фиг. 104).



Фиг. 104. Упрощенная схема факела горения

Для того, чтобы обойти вопрос о количестве и способе подвода тепла, будем считать, что температура струи T_1 в сечении I известна. Параметры струи в момент истечения (R_0, W_0, ρ_0, p_0 и T_0) должны быть также известны. Посмотрим, какие параметры остаются неизменными и какие и в какой степени изменяются при переходе струи от сечения 0 к сечению 1.

Опыт показывает, что давление в струе примерно постоянно и равно давлению в окружающей атмосфере. Поэтому условие

$$p_1 = p_0 \tag{257}$$

позволяет воспользоваться уравнением Клапейрона в следующей форме:

$$\frac{\rho_1}{\rho_0} = \frac{T_0}{T_1}. \tag{258}$$

Постоянство давления приводит к постоянству количества движения на участке $0—1$:

$$m_1 W_1 \approx m_0 W_0.$$

Изменением массового расхода газа на участке $0—1$ можно пренебречь:

$$m_1 \approx m_0.$$

Отсюда следует важное расчетное условие о постоянстве скорости:

$$W_1 \approx W_0. \tag{259}$$

Уравнение неразрывности

$$\rho_1 F_1 W_1 = \rho_0 F_0 W_0$$

в сочетании с условием постоянства скорости (259) дает

$$\rho_1 F_1 = \rho_0 F_0$$

или

$$\frac{F_1}{F_0} = \frac{\rho_0}{\rho_1}.$$

Последнее соотношение в сочетании с (258) позволяет определить недостающую геометрическую характеристику сечения *1* в зависимости от отношения значений температуры:

$$\frac{F_1}{F_0} = \frac{T_1}{T_0} \tag{260}$$

и

$$\frac{R_1}{R_0} = \sqrt{\frac{T_1}{T_0}}. \tag{261}$$

Таким образом, в сечении *1* определены:

давление p_1 по формуле (257),
плотность ρ_1 по формуле (258),
скорость истечения W_1 по формуле (259),
радиус струи R_1 по формуле (261),
температура T_1 известна по условию,

т. е. налицо все начальные условия истечения, позволяющие рассчитать факел горения как горячую струю. При расчете можно радиус струи R_1 рассматривать как радиус некоторого фиктивного сопла, срезом которого является сечение *1*.

Определение температуры T_1 не входит в задачу данного расчета; она может быть определена из баланса тепла по известным расходам газа (воздуха) и горючего.

Дальнейший расчет факела горения может быть произведен по формулам для горячей струи.

Приближенная формула, связывающая безразмерное расстояние и безразмерную скорость на оси горячей струи, в зависимости от начального подогрева имеет следующий вид[1]:

$$\frac{ax}{R_0} = \frac{W_0}{W_m} \sqrt{0{,}495\left(1 - \frac{T_н}{T_0}\right)\frac{W_m}{W_0} + 0{,}93\,\frac{T_н}{T_0}} \tag{262}$$

(индекс 0 относится к начальным условиям истечения).

[1] Преобразованная формула (244).

Приведем два примера.

Пример 1. Определить, на каком расстоянии от сопла скорость на оси горящего факела составит $W_m = 10$ *м/сек*, если в момент истечения $W_0 = 200$ *м/сек*; $T_0 = 300°$ *абс*. Радиус действительного сопла истечения $R_0 = 5$ *см*.

В факеле ежесекундно сгорает $G_г = 40$ *г* бензина.

Решение:

1. Весовой расход воздуха:

$$G_в = \gamma_0 \pi R_0^2\, W_0 = 1,2 \cdot 3,14 \cdot 0,05^2 \cdot 200 = 1,88 \text{ кг/сек}.$$

2. Количество подведенного тепла:

$$Q = H_u G_г = 10\,000 \cdot 0,04 = 400 \text{ кал/сек}.$$

3. Повышение температуры струи в результате сжигания горючего:

$$T_1 - T_0 = \frac{Q}{c_p\, G_в} = \frac{400}{0,24 \cdot 1,88} = 900°.$$

Температура струи в сечении *1*:

$$T_1 = T_0 + 900 = 300 + 900 = 1\,200° \text{ абс}.$$

4. Радиус фиктивного сопла:

$$R_1 = R_0 \sqrt{\frac{T_1}{T_0}} = 0,05 \sqrt{\frac{1200}{300}} = 0,1 \text{ м}.$$

5. Скорости истечения из фиктивного и действительного сопла совпадают:

$$W_1 = 200 \text{ м/сек}.$$

Безразмерная скорость на искомом расстоянии:

$$\frac{W_m}{W_1} = \frac{10}{200} = 0,05.$$

Температура истечения T_0 из действительного сопла в общем случае может не совпадать с температурой окружающей среды $T_н$.

В данном примере положим, что температура истечения равна температуре окружающей среды:

$$T_0 = T_н = 300° \text{ абс}.$$

6. Безразмерная температура в начале фиктивного истечения:

$$\frac{T_1}{T_н} = \frac{1200}{300} = 4 \quad \text{или} \quad \frac{T_н}{T_0} = 0,25.$$

Теперь можно воспользоваться формулой (262) для получения ответа на поставленный вопрос (соответственно заменяя индекс 0 на индекс 1).

7. Безразмерное расстояние от полюса по формуле (262):

$$\frac{ax}{R_0} = \frac{W_1}{W_m} \sqrt{0,495 \left(1 - \frac{T_н}{T_1}\right) \frac{W_m}{W_1} + 0,93\, \frac{T_н}{T_1}} =$$

$$= \frac{1}{0,05} \sqrt{0,495\,(1 - 0,25)\, 0,05 + 0,93 \cdot 0,25} = 10.$$

Расстояние от среза фиктивного сопла:

$$\frac{as}{R_1} = 10 - 0,29 = 9,71.$$

Полагая $a = 0,1$, получим искомое расстояние, выраженное в радиусах фиктивного сопла:

$$\frac{s}{R_1} = \frac{9,71}{a} = \frac{9,71}{0,1} = 97,1.$$

Наконец, искомое расстояние, выраженное в метрах, будет:

$$s = 97,1 R_1 = 97,1 \cdot 0,1 = 9,71 \text{ м}.$$

8. Безразмерная избыточная температура в произвольном сечении струи составляет 73% безразмерной скорости. Поэтому:

$$\frac{T_m - T_н}{T_0 - T_н} = 0,73 \frac{W_m}{W_1} = 0,73 \cdot 0,05 = 0,0365.$$

Откуда:

$$T_m - T_н = 0,0365 (T_1 - T_н) = 0,0365 (1\,200 - 300) = 33,0° \text{ абс.}$$

Следовательно:

$$T_m = 33 + T_н = 33 + 300 = 333° \text{ абс } (60° \text{ Ц}).$$

Если бы из действительного сопла ($R_0 = 0,05$ м) просто истекала горячая струя с начальной температурой $T_0 = 1\,200°$ и начальной скоростью $W_0 = 200$ *м/сек*, то безразмерное расстояние, на котором имела бы место та же безразмерная скорость $\frac{W_m}{W_0} = 0,05$, было бы тем же:

$$\frac{ax}{R_0} = 10.$$

Следовательно, $\frac{as}{R_0} = 9,71$ или $\frac{s}{R_0} = 97,1$. Линейный размер уменьшится в 2 раза и составит:

$$s = 97,1 \cdot 0,05 = 4,85 \text{ м}.$$

Можно воспользоваться связью между размерами действительного и фиктивного сопел истечения

$$R_0 = R_1 \sqrt{\frac{T_0}{T_1}}$$

и приведенной формулой (262) для составления прямой формулы, позволяющей определять расстояние по заданному отношению $\frac{W_m}{W_0}$ и по T_1 — фиктивной температуре в сечении 1, T_0 — температуре при истечении факела из действительного сопла, $T_н$ — температуре окружающей среды.

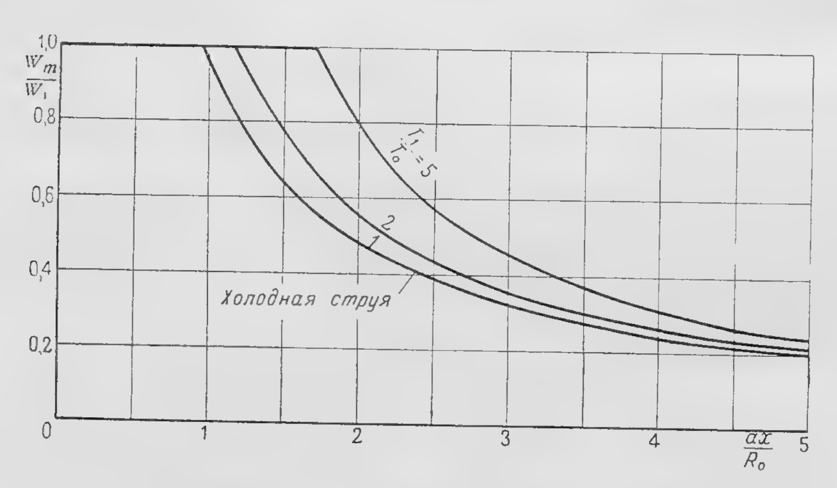
Формула, дающая расстояние в радиусах действительного сопла, имеет вид:

$$\frac{ax}{R_0} = \frac{W_0}{W_m} \sqrt{0{,}495 \left(\frac{T_1 - T_н}{T_0} \right) \frac{W_m}{W_0} + 0{,}93 \frac{T_н}{T_0}} \,. \qquad (263)$$

В частном случае, при $T_0 = T_н$ она обращается в формулу:

$$\frac{ax}{R_0} = \frac{W_0}{W_m} \sqrt{0{,}495 \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 \right) \frac{W_m}{W_0} + 0{,}93} \,. \qquad (264)$$

На основании последней формулы составлен график фиг. 105.



Фиг. 105. Изменение скорости вдоль условного факела горения

Как видно из фиг. 105, усиление подвода тепла в самой струе приводит к увеличению ее дальнобойности, тогда как повышение начальной температуры в струе с предварительным подогревом приводило к обратному результату.

Это объясняется существенным возрастанием поперечного сечения струи в области горения.

Пример 2.

Для условий примера 1 определить расстояние непосредственно по формуле (264):

$$\frac{ax}{R_0} = 20\sqrt{0,495\,(4-1)\,0,05+0,93} = 20,$$

$$\frac{as}{R_0} = 20 - 0,29 = 19,71,$$

$$\frac{s}{R_0} = \frac{19,71}{0,1} = 197,1,$$

$$s = 197,1 \cdot 0,05 = 9,85 \text{ м}.$$

Небольшое расхождение с прежним решением (9,71 *м*) вызвано несоответствием полюсного расстояния, определяемого различно для фиктивного (в примере 1) и действительного (в примере 2) сопел.

Следует еще раз подчеркнуть, что приведенная схематическая теория факела горения является лишь первым грубым приближением.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Отв. редактор **А. А. Горяинов** Подписано к печати 3/X 1947 г.

Объем 14 печ. л., 48 000 зн. в печ. л. Уч.-авт. л. 16,8

Г-82338 Тип. изд-ва БНТ Зак. № 1456

Цена 20 руб.